

2^{nde} 4 – Devoir pour lundi 2 novembre 2015

Préparation du DS du 6 novembre

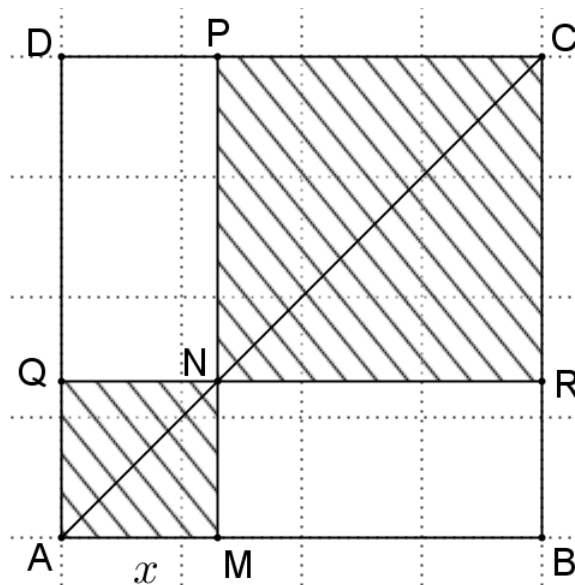
A rendre sur feuille de copie double, présentation impeccable

ABCD est un carré de côté 4 cm.

M est un point qui se déplace sur le segment [AB].

La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe (AC) en N et (CD) en P.

La perpendiculaire à (AD) passant par N coupe (AD) en Q et (BC) en R.



On admet que les quadrilatères AMNQ et NRCP sont des carrés.

On note x la longueur AM. On désigne par $f(x)$ l'aire du domaine hachuré

1° Quel est l'ensemble de définition Df de la fonction f ?

2° a. Soit $x = 1$. Dessiner le carré ABCD, placer le point M et les carrés AMNQ et NRCP.

Calculer $f(1)$.

b. Soit $x = 2,5$. Dessiner un autre carré ABCD, placer le point M et les carrés AMNQ et NRCP

Calculer $f(2,5)$.

3° x est maintenant un réel quelconque de Df .

a. Exprimer en fonction de x :

- la longueur BM,
- l'aire du carré AMNQ
- l'aire du carré NRCP.

b. En déduire que pour tout réel x de Df , on a $f(x) = 2x^2 - 8x + 16$.

4° a. Calculer en utilisant le résultat de la question 3°b. et en faisant voir le détail des calculs, les images des nombres $\frac{1}{2}$, 3 et 4 par f .

5° a. Factoriser l'expression $2x^2 - 8x$.
b. En déduire les antécédents de 16 par f .

6° a. Factoriser l'expression $2x^2 - 8x + 8$.
b. En déduire l'antécédent de 8 par f .

7° a. Recopier sur la copie puis compléter le tableau de valeurs suivant (sans détailler les calculs) :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$									

b. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal (O, I, J).

(unités : 2 cm ou 2 grands carreaux sur l'axe des abscisses,
0,5 cm ou 0,5 grand carreau sur l'axe des ordonnées.)

8° Dessiner le tableau de variation de f .

9° Pour tout x dans $[0 ; 4]$, on appelle $g(x)$ l'aire du domaine non hachuré. (voir figure ci-dessus)

a. Donner, sans calcul mais en justifiant, la valeur de $f(x) + g(x)$ pour tout réel x de $[0 ; 4]$.

b. En déduire que pour tout x de $[0 ; 4]$, on a $g(x) = 2x(4 - x)$.

c. Recopier sur la copie puis compléter le tableau de valeurs suivant (sans détailler les calculs mais en expliquant comment ce tableau se déduit du précédent) :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$g(x)$									

d. Représenter graphiquement la fonction g sur le dessin de la question 7°b.