Terminale S

Pour le 03.11.2015

DEVOIR MAISON 1

Exercice 1. Notre système de numération ne permet pas de traiter les grands nombres avec précision. La plupart des instruments de calcul n'en donnent qu'une valeur approchée. Pour palier à cet inconvénient, on a cherché d'autres façons d'écrire les nombres. L'une d'entre elles s'appelle le code CLE (Code Large Echelle), et le but de cet exercice est d'expliquer son fonctionnement.

Le nombre 67 en base 10 peut s'écrire aussi en base 2 . On a $67 = \overline{1000011}^2$

On a donc $67 = 2^6 + 2^1 + 2^0$. En code CLE , on l'écrira $(6, 1, 0)$.

1. a. Ecrire en base 10 le nombre écrit $(7, 5, 3, 1)$ en code CLE .

   b. Ecrire en code CLE les nombres suivants : 359 , 250 et 128.

   c. Comment reconnaître qu'un nombre en code CLE est impair ?

2. a. Ecrire en code CLE les nombres $(15) + (15)$ et $(n) + (n)$ où n est un entier naturel .

   b. Ecrire en code CLE les nombres $(11, 5, 3, 0) + (34, 11, 5, 3)$ puis $(18, 16, 8, 4, 3, 2) + (19, 16, 9, 4, 3, 2, 1)$.

   c. Quelle règle de calcul peut-on énoncer concernant l'addition des nombres en code CLE ?

3. a. Ecrire en code CLE el nombre $(n) \times (m)$ où $m, n \in \mathbb{N}^*$

   b. calculer $(5, 2, 0) \times (4)$, puis $(5, 3) \times (7, 2, 1)$.

   c. Quelle règle de calcul peut-on énoncer concernant l'addition des nombres en code CLE ?

4. a. Faire un algorithme qui donne le code CLE d'un entier naturel et un autre qui fait l'inverse .

   b. Utiliser ces algorithmes pour prouver que $123125256 \times 785698254 = 261899418 \times 369375768$.

5. Donner les critères de divisibilité par 2^m ,$m \in \mathbb{N}^*$ d'un nombre écrit en code CLE.
6. Donner les critères de divisibilité par 3 d'un nombre écrit en code CLE.
7. Donner les critères de divisibilité par 5 d'un nombre écrit en code CLE.

Si vous êtes joueur , vous pouvez vous attaquer à trouver quelques propriétés sur le fonctionnement de la division en code CLE.

Exercice 2.

1. a. $\frac{26}{65} = \frac{2}{5}$; $\frac{266}{665} = \frac{2}{5}$.

   Cette simplification est-elle toujours valable quand on ajoute p chiffres 6 au numérateur à droite et p chiffres 6 au dénominateur à gauche ?

   b. A, T et B sont des chiffres non tous nuls .

   Montrer que $\frac{ATTT...T}{TT...TTB} = \frac{A}{B}$ si et seulement si $\frac{AT}{TB} = \frac{A}{B}$.

   (Dans le membre de gauche de la première égalité , le numérateur et le dénominateur ont le même nombre de chiffres)

   c. Donner un autre exemple de simplification de ce type .

2. $\sqrt{15+1} =...$; $\sqrt{1155+1} =...$; $\sqrt{111555+1} =...$; $\sqrt{11115555+1} =....$

   Emettre une conjecture et la démontrer.