

### Exercice 3

On considère les suites  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définies par

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3} \quad \text{et} \quad v_n = u_n + \frac{1}{2n^2}$$

1. Calculer les valeurs exactes de  $u_1$ ,  $v_1$ ,  $u_2$  et  $v_2$ .
2. Démontrer que les suites  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  et  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  sont convergentes et ont la même limite.  
On pose  $\ell = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \rightarrow \text{adj}$
3. Déterminer un entier  $p$  tel que  $u_p$  soit une approximation de  $\ell$  à 0,01 près.
4. Reproduire et compléter le tableau suivant à l'aide d'une calculatrice :

$n$	valeur approchée de $u_n$ à 0,001 près par défaut	valeur approchée de $v_n$ à 0,001 près par excès
5		
10		
15		

5. Dédire de ce tableau une valeur décimale approchée de  $\ell$  aussi précise que possible.  
On indiquera la précision de cette approximation.