Congruences méthode

Déterminer une inconnue dans une congruence

ex : détermine tous les x tels que $x+5 \equiv 3\ [8]$

⇒ Utilisation d'un tableau de congruence

On sait	x	0	1	2	3	4	5	6	7	[8]
On sait	5	5	5	5	5	5	5	5	5	[8]
Donc ⇒	$x+5$	5	6	7	0	1	2	3	4	[8]

⇒ $x+5 \equiv 3\ [8] \Leftrightarrow x \equiv 6\ [8]$

et $x \equiv 6\ [8] \Leftrightarrow x = 8k+6$

Déterminer des restes avec des puissances

⇒ Déterminer les congruences des premières puissan
successives du nombre.

Ex : reste de la division Euclidienne de 2^n par 3, $n \in$

$2^0 = 1$ $2^1 = 2$ $2^2 = 4$, et donc $2^0 \equiv 1\ [3]$, $2^1 \equiv 2\ [3]$ $2^2 \equiv 1\ [$

* Cas particuliers, régularité dans la congruence :

ex : Ici $2^n \equiv 1$ si n pair et $2^n \equiv 2$ si n impair.

⇒ On doit traiter les 2 cas, où n est pair, et
n est impair. On note $n = 2k$ s'il est pair,
$n = 2k+1$ s'il est impair.

⇒ On résoud ensuite facilement ce genre d'exo av
des tableaux de congruences. Rappel : $2^{2k+1} = 2^{2k} \times 2^1$.

* Pas de particularités dans la congruence :

⇒ Recherche d'un terme congru à 1.

ex : on sait que $10^3 \equiv 1\ [37]$

Donc, congruence de $10^{10} + 10^{20} + 10^{30}\ [37]$?

$10^{10} = (10^3)^3 \times 10$, donc $10^{10} \equiv 10\ [37]$ car $10 \equiv 10\ [3$

$10^{20} = (10^3)^{3^2} \times 10^2$, donc $10^{20} \equiv 26\ [37]$ car $10^2 \equiv 26\ [3$