

$$a). 7^0 \equiv 1[9]; 7^1 \equiv 7[9]; 7^2 \equiv 4[9]; 7^3 \equiv 1[9]$$

Donc,

$$\text{si } n=3k; 7^n = 7^{3k} = (7^3)^k \text{ donc } 7^n \equiv 1[9]$$

$$\text{si } n=3k+1; 7^n = 7^{3k+1} = 7^{3k} \times 7 \text{ donc } 7^n \equiv 7[9]$$

$$\text{si } n=3k+2; 7^n = 7^{3k+2} = 7^{3k} \times 7^2 \text{ donc } 7^n \equiv 4[9]$$

b. tu fais la division euclidienne de 2005 par 9

tu trouves $q=222$ et $r=7$

$$\text{donc } 2005 \equiv 7[9]$$

$$\text{Or } 7^{2005} = 7^{2004} \times 7 = (7^3)^{668} \times 7$$

$$\text{Or } (7^3)^{668} \times 7 \equiv 1^{668} \times 7[9] \equiv 7[9]$$

$$\text{Donc } 2005^{2005} \equiv 7[9]$$

A bientôt