

La totalité du devoir doit tenir sur une copie simple.

I. Soit z_1, z_2, \dots, z_n n nombres complexes fixés où n est un entier naturel supérieur ou égal à 1.

Soit a un nombre complexe fixé. On pose $S = \sum_{i=1}^{i=n} z_i^2$.

On considère l'équation suivante d'inconnue $z \in \mathbb{C}$: $\left(\sum_{i=1}^{i=n} (z + z_i)^2 \right) + \left(\sum_{i=1}^{i=n} (z - z_i)^2 \right) = a$ (E).

1°) Recopier et compléter :

$$(E) \Leftrightarrow \dots$$

$$\Leftrightarrow \dots$$

$$\Leftrightarrow z^2 = \dots$$

2°) On suppose que $a - 2S$ est un réel.

Déterminer l'ensemble S des solutions de (E).

II. Soit a_1, a_2, \dots, a_n n réels strictement positifs où n est un entier naturel supérieur ou égal à 1.

Résoudre l'équation suivante d'inconnue $z \in \mathbb{C}$: $\prod_{i=1}^{i=n} (z^2 + a_k) = 0$ (F).