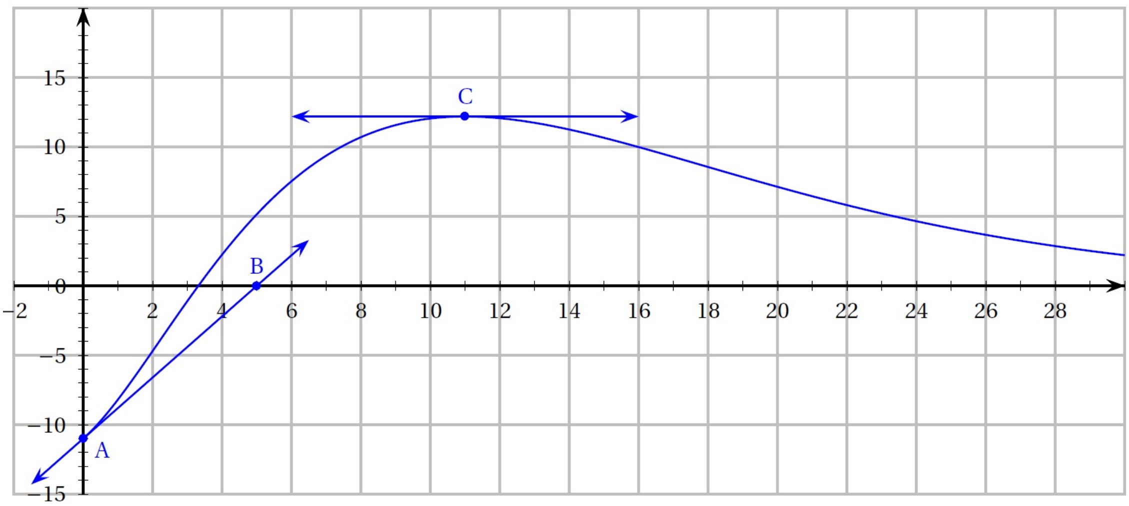
DM exponentielle type ES

Première **Pour le 27/04/20**

.

Dans le repère orthogonal donné ci-dessous, C_f est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur $[0;30]$.
La tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse 0 passe par le point B(5 ; 0).
La tangente à la courbe C_f au point C d'abscisse 11 est parallèle à l'axe des abscisses.



Dans toute la suite, on note $f‘$ la dérivée de la fonction f sur $[0;30]$.

Partie A - Lectures graphiques

Lire graphiquement les valeurs de $f(0)$,$f‘(0)$, $f(11)$ et $f‘(11)$.

Partie B - Étude d'une fonction

La fonction f est définie sur $[0;30]$ par : $f(x) = (x^2 - 11)e^{-0,2x}$.

1) Démontrer que, pour tout réel $x \in [0;30]$, on a
$f‘(x) = (-0,2x^2 + 2x + 2,2)e^{-0,2x}$.

2) Dresser le tableau de variations de f sur $[0;30]$.
3) Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0;11]$ puis donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

Partie C - Application économique

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-2} si nécessaire.
La fonction de demande d'un produit est modélisée sur l'intervalle $[5;30]$ par la fonction f étudiée dans la partie B.
Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en centaines de milliers d'objets, lorsque le prix unitaire est égal à x euros.

1) Calculer le nombre d'objets demandés, au millier près, lorsque le prix unitaire est fixé à 15 euros.

2) En utilisant les résultats de la partie B, déterminer le prix à fixer pour que la demande soit maximale ; quelle est alors la demande ?

3) De même, donner le prix où la demande devient nulle.

4) L'élasticité $E(x)$ de la demande par rapport au prix est le pourcentage de variation de la demande pour une augmentation de 1% du prix.

On admet qu'une bonne approximation de $E(x)$ est donnée par :

$E(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)} \times x$ lorsque $x \in [5;30]$.

Calculer E(15) et interpréter le résultat.