Chap 1

$u_n = -3n + 5$ est une formule explicite

$u_{n+1} = -3u_n + 5$ est une formule de récurrence

- Suite arithmétique

$u_{n+1} = u_n + r$ ou $u_n = u_0 + n \times r$

$u_n = u_p + (n-p) \times r$

- Pour tout n dans $\mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n$ est constant
- Si $r < 0$ la suite est ↘.
- La somme d'un nombre de termes consécutifs est : $S = \frac{N (1^{er} \text{ terme} + \text{dernier terme})}{2}$

- Suite géométrique

$u_{n+1} = q \times u_n$ ou $u_n = u_0 \times q^n$

$u_n = u_p \times q^{n-p}$

- Pour tout n dans $\mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ est constant
- Si $0 < q < 1$, la suite est strictement ↘.
- Si $-1 < q < 0$, la suite est ↗.
- Si $q = 0$ ou $q = 1$, la suite est constante
- La somme d'un nombre de termes consécutifs (si $q \neq 1$) est : $S = 1^{er} \text{ terme} \times \frac{1 - q^{\text{nb de termes}}}{1 - q}$

Si $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = L$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} (v_n) = L'$

alors $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n + v_n) = L + L'$

Si $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = L$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} (v_n) = L'$

alors $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n \times v_n) = L \times L'$

Si $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = L$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} (v_n) = \pm\infty$

alors $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$

Pour trouver des limites, on peut :

- mettre en facteur le terme de + haut degré" (ou prendre sa limite directement)
- développer, simplifier...

- Limite d'une suite géométrique

Si $q > 1$ et $u_0 > 0$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = +\infty$

Si $q \leq -1$ alors la suite n'a pas de limite.

Si $-1 < q < 1$, $\lim\limits_{n \to +\infty} (q^n) = 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = 0$

Chap 2

Pour tout réel $a > 0$; $(1+a)^n \geqslant 1+na$

où $n \in \mathbb{N}$ → inégalité de Bernouilli

Démonstration par récurrence :

Initialisation : $(1+a)^n = (1+a)^0 = 1$

et $1+na = 1+0\times a = 1$ ⟶ P_0 est vraie

Hérédité : $(1+a)^n \geqslant 1+na \Rightarrow (1+a)^{n+1} \geqslant 1+(n+1)a$

Par hyp... : $(1+a)^{n+1} \geqslant (1+na)(1+a)$

$$(1+a)^{n+1} \geqslant 1+a+na+na^2$$

$$(1+a)^{n+1} \geqslant 1+(n+1)a+na^2 \geqslant 1+(n+1)a$$

Donc P_{n+1} est vraie car $na^2 > 0$

Conclusion : ... ≥ ..., pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout $a > 0$