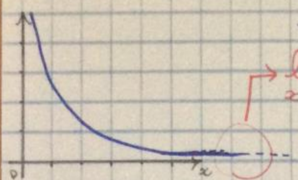
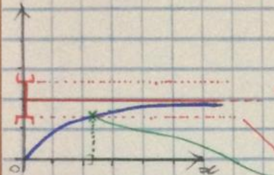
Chap 3



$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0^+$

limites finies en $\pm\infty$: asymptotes horizontales

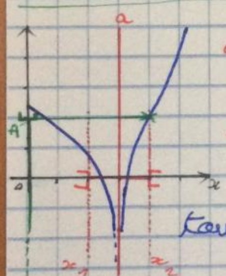
(exemple : $f(x) = \frac{1}{x}$ et $f(x) = \frac{1}{x^2}$)



asymptote horizontale en $+\infty$:

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ell$

tout intervalle contenant ℓ contient toutes les valeurs de $f(x)$ à partir d'une certaine valeur x



droite d'équation $x = a$

asymptote verticale : $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = -\infty$

tout intervalle $]A ; -\infty[$ contient toutes les valeurs de $f(x)$ à partir de $x \in]x_1 ; x_2[$

(exemples : $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \frac{1}{x^2}$ et $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ont l'axe des ordonnées cô asymptote verticale)

limite finie en $a \rightarrow \lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

exemple : Soit $f(x)$ définie sur $]-\infty ; 2[$.

$f(x) = \frac{x-5}{x-2}$ → $\lim\limits_{x \to 2} (x-5) = 2-5 = -3$; $\lim\limits_{x \to 2^-} (x-2) = 0^-$ } par quotient : $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = +\infty$

$x < 2 \Leftrightarrow x - 2 < 0$

Limite d'un polynôme en $\pm\infty$ → celle du terme de plus haut degré

Soit f et g deux fonctions. a, b et c désignent des réels ou $\pm\infty$.

- Si $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b$ et $\lim\limits_{x \to b} g(x) = c$ alors $\lim\limits_{x \to a} g(f(x)) = c$

- Si à partir d'un certain x, $f(x) \geq g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$, alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

- Si à partir d'un x assez grand, $f(x) \leq g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$, alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

Soit f, g et h trois fonctions et ℓ un réel tels que, à partir d'une valeur de x assez grande ;

$g(x) \leq f(x) \leq h(x)$, $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = \ell$

Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ell$