Chap 5

Soit $g(x)=f(ax+b)$. Alors $g'(x)=a\times f'(ax+b)$

exemple : $g(x)=\sin(2x+4) \rightarrow g'(x)=2\times\cos(2x+4)$

- $f(x)=x^2 \rightarrow f'(x)=2x$ donc $\frac{1}{2}\times f'(x)=x$

  donc $f(x)=\left(\frac{1}{2}\times f'(x)\right)^2=\frac{1}{4}\left(f'(x)\right)^2$

- $f(x)=\sqrt{x} \rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\times f(x)}$ donc $f(x)\times f'(x)=\frac{1}{2}$

- $f(x)=\tan(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ pour $x\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

$\hookrightarrow f'(x)=\frac{\cos(x)\times\cos(x)-\sin(x)\times-\sin(x)}{\cos^2(x)}=\frac{\cos^2(x)+\sin^2(x)}{\cos^2(x)}$

$\Leftrightarrow f'(x)=\frac{\cos^2(x)}{\cos^2(x)}+\frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)}=1+\left(f(x)\right)^2$

$e\simeq 2,7182812\ldots \rightarrow f(x)=e^x=f'(x)$

- $e^{a+b}=e^a\times e^b$ pour tout réel a et b
- $e^{-b}=\frac{1}{e^b} \rightarrow e^{-b}\times e^{b}=e^{-b+b}=e^0=1$
- $e^{a-b}=\frac{e^a}{e^b} \rightarrow e^{a-b}\times e^{b}=e^{a-b+b}=e^a$
- $e^{na}=\left(e^a\right)^n \rightarrow e^{a\times n}=e^{\overbrace{(a+a+\ldots+a)}_{n\text{ termes}}}=\underbrace{e^a\times e^a\times e^a\times\ldots\times e^a}_{n\text{ facteurs}}$
- $e^{\frac{1}{2}a}=\sqrt{e^a} \rightarrow \left(e^{\frac{1}{2}a}\right)^2=e^{2\times\frac{1}{2}a}=e^a=\left(\sqrt{e^a}\right)^2$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
e^x	0^+	1	e	$+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x)=0^+$

asymptote horizontale $y=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^x=0$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$

Soit $g(x)=e^{ax+b}$. Alors $g'(x)=a\times e^{ax+b}$

exemples : $g(x)=e^{-x} \rightarrow g'(x)=-e^{-x}$

$g(x)=e^{4+3x} \rightarrow g'(x)=3e^{4+3x}$

$g(x)=x^2\times e^{2x} \rightarrow g'(x)=2x\times e^{2x}+2e^{2x}\times x^2=2x\times e^{2x}(1+x)$

Soit u une fonction dérivable sur un intervalle I. Alors $g=e^u$ est aussi dérivable sur I et $g'=e^u\times u'$

$g(x)=e^{\frac{1}{x}} \rightarrow g'(x)=-\frac{1}{x^2}\times e^{\frac{1}{x}}$

$g(x)=e^{(x^2)} \rightarrow g'(x)=2x\,e^{(x^2)}$

$g(x)=e^{\sqrt{x}} \rightarrow g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}\times e^{\sqrt{x}}$

$g(x)=e^{\sin(x)} \rightarrow g'(x)=\cos(x)\times e^{\sin(x)}$

$g(x)=e^{\cos(x)} \rightarrow g'(x)=-\sin(x)\times e^{\cos(x)}$

$g(x)=e^{(e^x)} \rightarrow g'(x)=e^x\times e^{(e^x)}=e^{x+e^x}$