

Auteur :

Sandou 1 Daffé

Affiliation :

Professeur de MERISE et Accès à l'université de Labé.

Titre: les noyaux des nombres entiers composés impairs.

Introduction :

Les nombres composés impairs sont tous les nombres impairs qui ne sont pas premiers ; Les nombres composés impairs comprennent 9, 15, 21, 25, 27 etc.

Soit f et p deux fonctions distinctes à valeur dans N ;

$\forall n, i, k \in N$;

$\exists k_1, k_2, k_3, \dots, k_{n-1}, k_n \in N /$

1- $p = 2k_1 + 1$; est un nombre impair ;

Exemple : $p = 3$ est impair et non composé ;

$$3 = 2 \times 1 + 1 \Rightarrow k_1 = 1 ;$$

2- $f = (2k_1 + 1) (2k_2 + 1) (2k_3 + 1) \dots (2k_{n-1} + 1) (2k_n + 1)$ est un nombre impair composé ;

Exemple :

$f = 9 \Rightarrow f = 3 \times 3$ est donc composé impair ;

$$9 = (2 \times 1 + 1) (2 \times 1 + 1) \Rightarrow k_1 = k_2 = 1 ;$$

$f = 27 \Rightarrow f = 3 \times 3 \times 3$ est donc composé impair ;

$$27 = (2 \times 1 + 1) (2 \times 1 + 1) (2 \times 1 + 1) \Rightarrow k_1 = k_2 = k_3 = 1 ;$$

Pour décomposer un nombre entier composé impair f en produit de facteurs premiers, cela revient à trouver ses noyaux ;

Cette nouvelle méthode est composée d'un concept et d'un système d'équation dénommé système d'équation Sandou I Daffé (le SESID) dont la première équation est :

$f = (2k_1+1)(2k_2+1)(2k_3+1)\dots\dots(2k_{n-1}+1)(2k_n+1)$ (E_1) qui est l'équation principale ;

Tout revient donc à trouver les variables k_n comme illustrer manuellement dans ces exemples :

$f=9$;

$$9 = (2k_1+1)(2k_2+1) \quad (E_1)$$

$$2 = k_1+k_2 \quad (E_2) \Rightarrow k_1=k_2=1 \quad (E_2)$$

$f=15$;

$$15 = (2k_1+1)(2k_2+1) \quad (E_1)$$

$$3 = k_1+k_2 \Rightarrow k_1=1, k_2=2 \quad (E_2)$$

$f=27$;

$$27 = (2k_1+1)(2k_2+1)(2k_3+1) \quad (E_1)$$

$$2 = k_1+k_2 \quad (E_2)$$

$$3 = k_1+k_2+k_3 \Rightarrow k_1=1, k_2=1, k_3=1 \quad (E_3)$$

Concept :

1-Noyaux des nombres entiers composé impairs:

*Le noyau d'un nombre entier impair f est la valeur entière qui correspond à la somme des $k_1, k_2, k_3, \dots, k_{n-1}$ et k_n d'une équation secondaire ; chaque nombre entier composé impair a au moins un noyau noté *noy*;*

Un nombre premier $p=2k_1+1$ a un seul noyau $\text{noy} = K_1$ avec $k_2 = 0$; et un nombre composé impair a un nombre de noyaux égale au nombre d'équations secondaires ;

2-Le SESID:

$$\forall \text{ noy}, j \in \mathbb{N};$$

$$\exists \text{ noy}_1, \text{ noy}_2, \text{ noy}_3, \dots, \text{ noy}_{j-1}, \text{ noy}_j \in \mathbb{N} /$$

$$f = (2k_1+1)(2k_2+1)(2k_3+1)\dots(2k_{n-1}+1)(2k_n+1) \quad (E_1)$$

$$\text{noy}_1 = k_1 + k_2 \quad (E_2)$$

$$\text{noy}_2 = k_1 + k_2 + k_3 \quad (E_3)$$

-

-

$$\text{noy}_{j-1} = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_{n-1} \quad (E_{n-1})$$

$$\text{noy}_j = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_{n-1} + k_n \quad (E_n)$$

-Si un seul noyau existe alors le SESID reviens à :

$$f = (2k_1+1)(2k_2+1) \quad (E_1)$$

$$\text{noy}_1 = k_1 + k_2 \Rightarrow k_1 = \text{noy}_1 - k_2 \quad (E_2)$$

$$f = 4k_1k_2 + 2k_1 + 2k_2 + 1 \quad (E_1)$$

$$f = 4k_2(\text{noy}_1 - k_2) + 2(\text{noy}_1 - k_2) + 2k_2 + 1 \quad (E_1)$$

$$f = 4x \text{ noy}_1 k_2 - 4k_2^2 + 2x \text{ noy}_1 + 1 \quad (E_1) \text{ équation Sandou I Daffé (ESID)}$$

est une équation de second degré;

Si l'on connaît le noyau :

$$f = (2k_1+1)(2k_2+1) \quad E1$$

$$\text{noy}_1 = k_1 + k_2 \quad E2$$

Exemple d'un pseudo composé

$$9 = (2k_1+1)(2k_2+1) \quad E1$$

$$2 = k_1 + k_2 \quad E2 \Rightarrow k_1 = 2 - k_2$$

$$9 = [2(2 - k_2) + 1](2k_2 + 1) \Rightarrow 9 = (5 - 2k_2)(2k_2 + 1) \Rightarrow 9 = 10k_2$$

$$+ 5 - 4k_2^2 - 2k_2$$

$$4k_2^2 - 8k_2 + 4 = 0 / 4$$

$$k_2^2 - 2k_2 + 1 = 0$$

Posons $k_2 = x$

$$X^2 - 2X + 1 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(1) \Rightarrow \Delta = 0$$

$$x_1 = x_2 = -(-2)/2(1) \Rightarrow x_1 = x_2 = 1 \Rightarrow k_1 = k_2 = 1$$

$$9 = [2(1)+1][2(1)+1] \Rightarrow 9 = 3*3$$

Exemple avec 15

$$15 = (2k_1+1)(2k_2+1) \quad E1$$

$$3 = k_1 + k_2 \quad E2 \Rightarrow k_1 = 3 - k_2$$

$$15 = [2(3 - k_2) + 1](2k_2 + 1) \Rightarrow 15 = (7 - 2k_2)(2k_2 + 1) \Rightarrow 15 = 14k_2 + 7 - 4k_2^2 - 2k_2$$

$$4k_2^2 - 12k_2 + 8 = 0/4$$

$$k_2^2 - 3k_2 + 2 = 0$$

Posons $k_2 = x$

$$X^2 - 3X + 2 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(2) \Rightarrow \Delta = 1$$

$$x_1 = (3-1)/2 \Rightarrow x_1 = 1$$

$$x_2 = (3+1)/2 \Rightarrow x_2 = 2 \Rightarrow k_1 = 1; k_2 = 2$$

$$15 = [2(1)+1][2(2)+1] \Rightarrow 15 = 3*5$$

Si l'on ne connaît pas le noyau :

Le travail consistera de chercher le noyau comme illustrer dans cet exemple :

$$9 = 2x4 + 1$$

$$9 = 2x3 + 3$$

$$9 = 2x2 + 5 \Rightarrow T = 2 \text{ (valeur à chercher) correspondant au noyau de 9.}$$

$$9 = 2x1 + 7$$

-Si l'on note $T_j = \text{noy}_j$ on aura le SESID suivant :

$$\frac{f}{(2k_3+1)\dots(2k_n-1+1)(2k_n+1)} = (2k_1+1)(2k_2+1) (E_1)$$

$$f=2T_1+n_1 \quad (E_2)$$

$$f=2T_2+n_2 \quad (E_3)$$

-

-

$$f=2T_{j-1}+n_{j-1} \quad (E_{n-1})$$

$$f=2T_j+n_j \quad (E_n)$$

Comme la résolution est séquentielle alors on commence par (E₁) et (E₂) :

$$f = (2k_1+1)(2k_2+1) (E_1)$$

$$f=2T_1+n_1; 2T_1=f-n_1 \Rightarrow 2(k_1+k_2)=f-n_1 \Rightarrow k_1 = \frac{f-n_1-2k_2}{2} \quad (E_2)$$

$$f = 4k_1k_2+2k_1+2k_2+1;$$

$$f = 4k_2\left(\frac{f-n_1-2k_2}{2}\right) + 2\left(\frac{f-n_1-2k_2}{2}\right) + 2k_2+1 (E_1)$$

$$4k_2^2 - 2(f-n_1)k_2 + (n_1-1) = 0 (E_1) \text{ ou ESID ;}$$

$$a = 4;$$

$$b = -2(f-n_1);$$

$$c = (n_1-1);$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Tout le problème revient à la recherche de n_j en parcourant dans l'ordre décroissant pour trouver cette valeur d'après ma remarque ; De toute façon le mauvais sens de parcours de n nous fera aboutir à Δ < 0 ;

Ces conditions sont donc nécessaires pour toutes solutions de (E₁) :

$$- n_j \in [n_1, 2];$$

$$- \Delta \geq 0;$$

$$- K_1, k_2, k_3, \dots, k_n, \text{ Racine}(\Delta) \in \mathbb{N}$$

-D'après ma remarque, n_j correspondant à la première valeur de la Racine(Δ) $\in \mathbf{N}$ est une solution de (E_1) ssi k_1 et k_2 forme deux nombres premiers tels que $\text{div}_1(2k_1+1)=1$ et $\text{div}_1(2k_2+1)=1$;

Ensuite, $2k_1+1$ et $2k_2+1$ divise chacun f ;

-Par contre, il est une partie de solution de (E_1) ssi l'un des k forme un nombre premier ($2k_1+1$) et l'autre un nombre composé ($2k_2+1$) et de même chacun divise f ;

-Formule de recherche du noyau :

$$f=2T_1+n_1 \Rightarrow T_1=\frac{f-n_1}{2}$$

$$\text{noy}_1=T_1;$$

-Recherche de n_1 :

-Méthode :

T =Troncature (Racine-carré(f))

Si les variables k des noyaux de f sont proches alors cette valeur est toujours exacte avec des conditions suivantes :

$$f=2q+1 ;$$

Si $\{q \text{ est pair}\} \Rightarrow \{T \text{ doit être aussi pair et soit } T, T+2 \text{ ou } T-2$

correspond à n_j recherché} ; si T est impair $\Rightarrow T-1, T+1, T-3$ sont les trois valeurs qui sont à vérifier ;

Si $\{q \text{ est impair}\} \Rightarrow \{T \text{ doit être aussi impair et soit } T, T+2 \text{ ou } T-2$ correspond à n_j recherché} ; si T est pair $\Rightarrow T+1, T-1, T+3$ sont les trois valeurs qui sont à vérifier ;

A noter que c'est la méthode la plus efficace d'après mes remarques et j'espère que l'expérience continue avec tous les lecteurs pour la recherche d'une méthode plus efficace sur cette question ;

Dans le cas où les variables k des noyaux de f ne sont pas proches on doit donc procéder par décrémentation ou par décroissance pour des grandes valeurs dont le noyau serait au dessus de n_1 ;

En fin de compte, on doit trouver n_1 en fonction de T d'où : $n_1=f-2T$

Exemple 1 : $f=9$

-recherche de n :

T =Troncature (Racine-carré(9))

$T=3$ est impair

$9=2 \times 4+1 \Rightarrow q=4$ est pair

$T=T-1 \Rightarrow T=3-1 \Rightarrow T=2$

$f=2T+n_1 \Rightarrow n_1=f-2T \Rightarrow n_1=9-2 \times 2$

$n_1=5$

$9=(2k_1+1)(2k_2+1)$ (E_1)

$f=(2k_1+1)(2k_2+1)$ (E_1)

$f=2T_1+n_1; 2T_1=f-n_1 \Rightarrow 2(k_1+k_2)=f-n_1 \Rightarrow k_1=\frac{f-n_1-2k_2}{2}$ (E_2)

$f=4k_1k_2+2k_1+2k_2+1;$

$f=4k_2\left(\frac{f-n_1-2k_2}{2}\right)+2\left(\frac{f-n_1-2k_2}{2}\right)+2k_2+1$ (E_1)

$4k_2^2-2(f-n_1)k_2+(n_1-1)=0$ (E_1);

$a=4;$

$b=-2(f-n_1);$

$c=(n_1-1);$

$\Delta =b^2-4ac;$

$n_1=5;$

$b=-2(9-5) \Rightarrow b=-8$

$c=5-1 \Rightarrow c=4$

$\Delta =-8^2-4 \times 4 \times 4 \Rightarrow \Delta =64-64 \Rightarrow \Delta =0$

$K'_2=K''_2=\frac{-b}{2a}$

$K'_2=K''_2=\frac{8}{8} \quad K'_2=K''_2=1;$

$$k_1 = \frac{f - n_1 - 2k_2}{2} \Rightarrow k_1 = \frac{9 - 5 - 2(1)}{2}$$

$$k_1 = k_1' = 1 \Rightarrow f = (2 \times 1 + 1)(2 \times 1 + 1) \Rightarrow f = 3 \times 3$$

-Si $(2k_1+1)$ et $(2k_2+1)$ sont tous composés càd $\text{div}_1(2k_1+1) \neq 1$ ou en algorithmes le test-Miller-Rabin($2k_1+1$)=faux et $\text{div}_1(2k_2+1) \neq 1$ ou en algorithmes le test-Miller-Rabin($2k_2+1$)=faux alors $\exists f_1, f_2 / f_1 = (2k_1+1)(2k_2+1) (E_{1,1})$ et $f_2 = (2k_3+1)(2k_4+1) (E_{1,1})$;

Il y a donc plus de deux noyaux et il faut recommencer le calcul par le même cheminement que le précédent avec $\frac{f}{f_2} = f_1$ et avec $\frac{f}{f_1} = f_2$;

-Si un seul f_j est composé càd f_1 est composé alors le k de f_1 n'est pas une solution du SESID et seul $\frac{f}{f_2} = f_1$ est résolue ; ainsi le k de f_2 déjà trouvé est aussi l'une des solutions du SESID ou f_2 est composé alors le k de f_2 n'est pas une solution du SESID et seul $\frac{f}{f_1} = f_2$ est résolue ; ainsi le k de f_1 déjà trouvé est aussi l'une des solutions du SESID ;

-Si $f_1 = f_2$ alors seule une seule équation des deux est nécessaire à résoudre et $k_1 = k_3$, et $k_2 = k_4$;

Concept de div_i :

div_i : premier diviseur ; ex: $\text{div}(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ $\text{div}_1(12) = \{2\}$ car 12 n'est pas un nombre premier et en plus 1 est l'élément neutre pour la multiplication et la division ; $\text{div}_2(12) = \{3\}$; $\text{div}_3(12) = \{4\}$;

Un autre exemple, cette fois-ci relative d'un nombre premier ;

$\text{div}(5) = \{1, 5\}$; $\text{div}_1(5) = \{1\}$ et $\text{div}_2(5) = \{5\}$ car nous n'avons que ces deux valeurs ;

nbdiv : nombre de diviseur et permet de calculer le nombre de diviseur d'un nombre ;

Conclusion :

La solution proposée ici est une aubaine pour l'informatique, pour son évolution notamment dans les échanges de données ; elle reste tout de même ouverte aux autres solutions qui en combinant par exemple avec le test-MillerRabbin peut aller très loin dans la cryptographie.