Lycée Louis Bertrand Classe de TS1

Devoir à la maison n°12

A rendre pour le lundi 20 avril 2009

Question de cours

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$.

Soient u et v deux fonctions continues, dérivables sur I telles que u' et v' soient continues sur I.

Rappeler et démontrer la formule d'intégration par parties sur un intervalle $[a\ ;\ b]$ de I.

Partie A

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$.

On note f' la fonction dérivée de f.

On suppose que f' est continue sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$.

1. Utiliser la question de cours pour montrer que :

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = f(1) - \int_0^1 x f'(x)\,\mathrm{d}x.$$

2. En déduire que $\displaystyle\int_0^1 (f(x) - f(1))\,\mathrm{d}x = -\int_0^1 x f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie B

On désigne par ln la fonction logarithme nepérien.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-2\ ;\ 2[$ par

$$f(x) = \ln\left(\frac{2+x}{2-x}\right).$$

Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f sur l'intervalle $]-2\ ;\ 2[$ dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2. **a)** Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]-2\ ;\ 2[$ on a $f'(x) = \dfrac{4}{4-x^2}$.

   b) En déduire les variations de f sur l'intervalle $]-2\ ;\ 2[$.

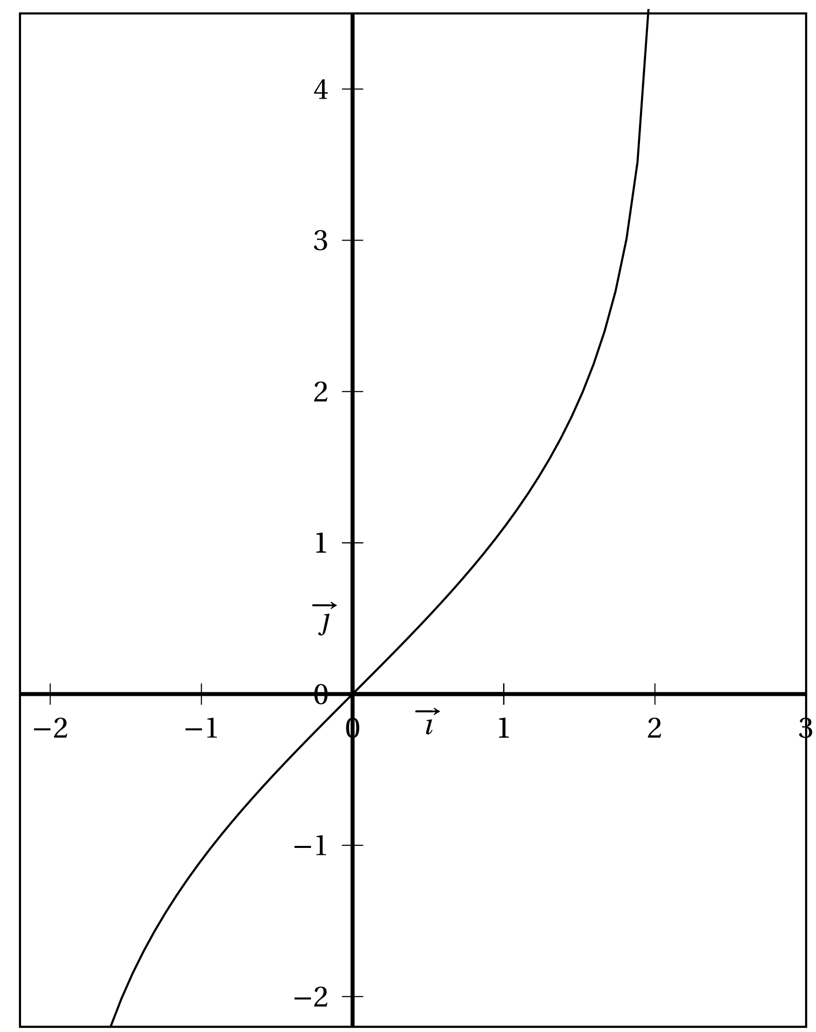
Partie C

La courbe $\mathscr{C}$ est tracée sur la feuille annexe.

Hachurer sur cette feuille la partie $\mathscr{P}$ du plan constituée des points $M(x\ ;\ y)$ tels que

$$0 \leqslant x \leqslant 1 \quad \text{et} \quad f(x) \leqslant y \leqslant \ln 3.$$

En utilisant la partie A, calculer en cm^2 l'aire de $\mathscr{P}$.



4
3
2
1
$\vec{j}$
0
−2
−1
0
$\vec{i}$
1
2
3
−1
−2