

Connaissant l'angle zénithal θ et l'angle azimutal ϕ de la trajectoire du photon par rapport à un point d'arrivée au niveau de la mer de latitude l_0 et de longitude L_0 , les coordonnées géographiques $(l_0 + l, L_0 + L)$ d'un point de la trajectoire A situé à une distance d du point d'arrivée O sont obtenues en trois étapes :

1. La connaissance de θ et d donne les côtés du triangle rectangle d'hypothénuse d formé par la direction du photon avec la normale au point d'arrivée, z_0 et h :

$$\begin{cases} z_0 = d \cos \theta, \\ h = d \sin \theta. \end{cases}$$

2. La connaissance de h et ϕ donne la projection h' de h sur le plan du méridien :

$$h' = h \cos \phi.$$

3. La connaissance de z_0 et h' donne la projection d' de d sur le plan du méridien, par application du théorème de Pythagore :

$$d' = \sqrt{z_0^2 + h'^2}.$$

4. On considère ensuite le triangle formé dans le plan du méridien par d' et le rayon de la Terre $R_\oplus$ et de sommet le point d'arrivée du photon. La différence de latitude à déterminer correspond à l'angle entre le côté constitué du rayon de la Terre et le troisième côté. Connaissant les côtés $R_\oplus$ et d' et l'angle entre ces deux côtés (qui n'est autre que le complémentaire de θ , $\pi - \theta$), la loi des tangentes donne cet angle :

$$l = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi - \theta}{2} - \arctan \left(\frac{R_\oplus - d'}{R_\oplus + d'} \cot \frac{\pi - \theta}{2} \right).$$

5. La hauteur z du point A est alors obtenue par la loi des sinus :

$$\frac{R_\oplus + z}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{d'}{\sin l}, \text{ soit } z = \sin(\pi - \theta) \frac{d'}{\sin l} - R_\oplus.$$

6. La projection orthogonale z' de z_0 sur le plan du cercle de latitude $l_0 + l$ est donnée par

$$z' = z_0 \cos l,$$

et la projection orthogonale de h est obtenue par

$$h'' = h \sin \phi.$$

z' et h'' définissent les côtés du triangle rectangle correspondant à la projection orthogonale du triangle rectangle d'hypothénuse d défini au point 1.

7. Le rayon du cercle de latitude $l_0 + l$ vaut $R' = R_\oplus \cos(l_0 + l)$.
8. La différence de longitude L est alors donnée par l'angle opposé au côté h'' dans le triangle rectangle formé par les segments h'' et $R' + z'$:

$$L = \arctan \left(\frac{h''}{R' + z'} \right).$$