

Connaissant l'angle zénithal  $\theta$  et l'angle azimutal  $\phi$  de la trajectoire du photon par rapport à un point d'arrivée au niveau de la mer de latitude  $l_0$  et de longitude  $L_0$ , les coordonnées géographiques  $(l_0 + l, L_0 + L)$  d'un point de la trajectoire  $A$  situé à une distance  $d$  du point d'arrivée  $O$  sont obtenues en trois étapes :

1. La connaissance de  $\theta$  et  $d$  donne les côtés du triangle rectangle d'hypothénuse  $d$  formé par la direction du photon avec la normale au point d'arrivée,  $z_0$  et  $h$  :

$$\begin{cases} z_0 = d \cos \theta, \\ h = d \sin \theta. \end{cases}$$

2. La connaissance de  $h$  et  $\phi$  donne la projection  $h'$  de  $h$  sur le plan du méridien :

$$h' = h \cos \phi.$$

3. La connaissance de  $z_0$  et  $h'$  donne la projection  $d'$  de  $d$  sur le plan du méridien, par application du théorème de Pythagore :

$$d' = \sqrt{z_0^2 + h'^2}.$$

4. La projection  $\theta'$  de  $\theta$  sur le plan du méridien est donnée par

$$\theta' = \arccos \left( \frac{z_0}{d'} \right).$$

5. On considère ensuite le triangle formé dans le plan du méridien par  $d'$  et le rayon de la Terre  $R_\oplus$  et de sommet le point d'arrivée du photon. La différence de latitude à déterminer correspond à l'angle entre le côté constitué du rayon de la Terre et le troisième côté. Pour comparaison avec les versions précédentes de ce fichier, connaissant les côtés  $R_\oplus$  et  $d'$  et l'angle entre ces deux côtés (qui n'est autre que le complémentaire de  $\theta'$ ,  $\pi - \theta'$ ), la loi des tangentes donne cet angle :

$$l = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi - \theta'}{2} - \arctan \left( \frac{R_\oplus - d'}{R_\oplus + d'} \cot \frac{\pi - \theta'}{2} \right).$$

Mais plus simplement :

$$l = \arctan \left( \frac{R_\oplus + z_0}{h'} \right).$$

6. La hauteur  $z$  du point  $A$  est quant à elle donnée par

$$z = \sqrt{h^2 + (R_\oplus + z_0)^2}.$$

7. La projection orthogonale  $z'$  de  $z_0$  sur un plan de latitude est donnée par

$$z' = z_0 \cos(l_0),$$

et la projection orthogonale de  $h$  est obtenue par

$$h'' = h \sin \phi.$$

$z'$  et  $h''$  définissent les côtés du triangle rectangle correspondant à la projection orthogonale du triangle rectangle d'hypothénuse  $d$  défini au point 1.

8. Le rayon du cercle de latitude  $l_0 + l$  vaut  $R' = R_\oplus \cos(l_0 + l)$ .
9. La différence de longitude  $L$  est alors donnée par l'angle opposé au côté  $h''$  dans le triangle rectangle formé par les segments  $h''$  et  $R' + z'$  :

$$L = \arctan \left( \frac{h''}{R' + z'} \right).$$