

Connaissant l'angle zénithal θ et l'angle azimutal ϕ de la trajectoire du photon par rapport à un point d'arrivée au niveau de la mer de latitude l_0 et de longitude L_0 , les coordonnées géographiques $(l_0 + l, L_0 + L)$ d'un point de la trajectoire A situé à une distance d du point d'arrivée O sont obtenues en trois étapes :

1. La connaissance de θ et d donne les côtés du triangle rectangle d'hypothénuse d formé par la direction du photon avec la normale au point d'arrivée, z_0 et h :

$$\begin{cases} z_0 = d \cos \theta, \\ h = d \sin \theta. \end{cases}$$

2. La connaissance de h et ϕ donne la projection h' de h sur le plan du méridien :

$$h' = h \cos \phi.$$

3. La connaissance de z_0 et h' donne la projection d' de d sur le plan du méridien, par application du théorème de Pythagore :

$$d' = \sqrt{z_0^2 + h'^2}.$$

4. La projection θ' de θ sur le plan du méridien est donnée par

$$\theta' = \arccos \left(\frac{z_0}{d'} \right).$$

5. On considère ensuite le triangle formé dans le plan du méridien par d' et le rayon de la Terre R_\oplus et de sommet le point d'arrivée du photon. La différence de latitude à déterminer correspond à l'angle entre le côté constitué du rayon de la Terre et le troisième côté. Pour comparaison avec les versions précédentes de ce fichier, connaissant les côtés R_\oplus et d' et l'angle entre ces deux côtés (qui n'est autre que le complémentaire de θ' , $\pi - \theta'$), la loi des tangentes donne cet angle :

$$l = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi - \theta'}{2} - \arctan \left(\frac{R_\oplus - d'}{R_\oplus + d'} \cot \frac{\pi - \theta'}{2} \right).$$

Mais plus simplement :

$$l = \arctan \left(\frac{R_\oplus + z_0}{h'} \right).$$

6. La hauteur z du point A est quant à elle donnée par

$$z = \sqrt{h^2 + (R_\oplus + z_0)^2}.$$

7. La projection orthogonale z' de z_0 sur un plan de latitude est donnée par

$$z' = z_0 \cos(l_0),$$

et la projection orthogonale de h est obtenue par

$$h'' = h \sin \phi.$$

z' et h'' définissent les côtés du triangle rectangle correspondant à la projection orthogonale du triangle rectangle d'hypothénuse d défini au point 1.

8. Le rayon du cercle de latitude $l_0 + l$ vaut $R' = R_\oplus \cos(l_0 + l)$.
9. La différence de longitude L est alors donnée par l'angle opposé au côté h'' dans le triangle rectangle formé par les segments h'' et $R' + z'$:

$$L = \arctan \left(\frac{h''}{R' + z'} \right).$$