

on a $\omega_1 = (1, 1, 1)$ est un vecteur directeur de D et $\omega_2 = (1, 0, -1)$ et $\omega_3 = (0, 1, -1)$ des vecteurs directeurs de P . Soit $\mathcal{F} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ alors comme p est la projection sur P parallèlement à D on a :

$$\begin{cases} p(\omega_1) = 0 \\ p(\omega_2) = \omega_2 \\ p(\omega_3) = \omega_3 \end{cases}$$

de sorte que : la matrice de p relativement à \mathcal{F} est :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

je te laisse le soins de verifier que la matrice de q relativement à \mathcal{F} est :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Si tu fait ça tu as répondu à la totalité de l'exercice.

Il n'est pas demandé de trouver ni le polynôme caractéristique ni la matrice de passage de la base initiale à la base de diagonalisation . Sinon juste pour profiter de l'occasion la matrice de passage de la base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ (rappel : $e_1 = (1, 0, 0)$; $e_2 = (0, 1, 0)$ et $e_3 = (0, 0, 1)$) est :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

On peut profiter de cette matrice pour determiner les matrices respectives de p et q relativement à \mathcal{B} . Ce sont :

$$A' = PAP^{-1}$$

pour p et

$$B' = PBP^{-1}$$

pour q .

Pour t'encourager un peu je te donne P^{-1} mais je te prie de la recalculer toi même et ensuite tu determinera A' et B' . On trouve :

$$P^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$