1) Soit T une théorie mathématique qui soit une théorie égalitaire et qui contienne les premiers axiomes de la théorie des ensembles (ceux qui sont juste nécessaires à la définition de l'ensemble vide).

2) Soit L1 et L2 deux lettres distinctes entre elles et qui ne sont pas des constantes de T. (C'est toujours possible).

3) Soit T' la théorie obtenue en adjoignant la relation L1 = L2 aux axiomes explicites de T .

4) La théorie T' est plus forte que T .

5) La relation L1 = L2 étant un axiome de T' en est aussi un théorème.

6) Si la relation L1 = L2 était un théorème de T
et comme L1 et L2 ne sont pas des constantes,
la relation E1 = E2 serait encore un théorème de T
pour tous les termes E1 et E2.
Donc en particulier EnsembleVide = {EnsembleVide} serait un théorème,
ce qui est absurde puisque l'ensemble vide ne contient pas d'élément !

7) Si la relation L1 /= L2 était un théorème de T
et comme L1 et L2 ne sont pas des constantes,
la relation E1 /= E2 serait encore un théorème de T
pour tous les termes E1 et E2.
Donc en particulier L1 /= L1 serait un théorème.
Mais ceci est absurde car L1 = L1 est un théorème de toute théorie égalitaire.

8) Ainsi la relation L1 = L2 n'est pas décidable dans la théorie T .

On aurait ainsi montré que :

POUR TOUTE THEORIE EGALITAIRE NON CONTRADICTOIRE
QUI CONTIENT LES PREMIERS AXIOME DE LA THEORIE DES ENSEMBLES,
IL EXISTE AU MOINS UNE RELATION INDECIDABLE DANS CETTE THEORIE,
MAIS QUI EST UN THEOREME D'UNE THEORIE PLUS FORTE.

Ou, ce qui revient au même :

SI DANS UNE THEORIE EGALITAIRE QUI CONTIENT LES PREMIERS AXIOMES
DE LA THEORIE DES ENSEMBLES, TOUTE RELATION EST DECIDABLE
ALORS CETTE THEORIE EST CONTRADICTOIRE.