Ceci n'est pas une démonstration du théorème de Fermat

L'image des maths

Résumé Nous partons de l'équation de Fermat $u^n = x^n + y^n$ et établissons une deuxième équation équivalente. Celle-ci entraîne une égalité qui ne semble vraie que pour $n \leq 2$.

La démonstration Soit l'équation de Fermat $z^n = x^n + y^n$. Avec x et y premiers entre eux et différents. Il est évident qu'alors

$$z^{3n} - x^{3n} - y^{3m} = 3(x^n + y^n)x^n y^n = 3z^n x^n y^n$$

Nous avons alors

$$\frac{x^{3n} + y^{3n}}{z^n} = z^{2n} - 3x^n y^n = x^{2n} + y^{2n} - x^n y^n = \alpha$$

α est un entier. Pour $n = 1$, c'est toujours vérifié. Pour $n = 2$, soit une solution x, y (par ex. $x = 3$, $y = 4$). $x^2 + y^2 = z^2$ divise toujours $x^6 + y^6$ (dans l'exemple $3^6 + 4^6 = 729 + 4096 = 4825 = 193.5^2 = 193(3^2 + 4^2)$). Il n'est pas nécessaire de le démontrer, l'exemple unique donné prouve que c'est possible. Maintenant, soit $n > 2$. Comme

$$x^{3n} + y^{3n} = \alpha(x^n + y^n)$$

Alors

$$\alpha^3 z^{3n} = x^{9n} + y^{9n} + 3x^{3n}y^{3n}\alpha z^n$$

Donc

$$x^{9n} + y^{9n} = \beta z^n$$

$$\alpha(x^{9n} + y^{9n}) = \beta(x^{3n} + y^{3n})$$

En mettant de côté

$$x^{3n}(\alpha x^{3n} - \beta) = y^{3n}(\beta - \alpha y^{3n})$$

or $pgcd(x, y) = 1$

$$x^{3n} = \gamma(\beta - \alpha y^{3n})$$

Et

$$y^{3n} = \gamma(\alpha x^{3n} - \beta)$$

En additionnant ces deux égalités

$$x^{3n} + y^{3n} = \alpha z^n = \gamma\alpha(x^{3n} - y^{3n})$$

Soit

$$(\gamma\alpha - 1)x^{3n} = (\gamma\alpha + 1)y^{3n}$$

et $pgcd(x, y) = 1$

$$x^{3n} = \delta(\gamma\alpha + 1) = \gamma(\beta - \alpha y^{3n})$$
$$y^{3n} = \delta(\gamma\alpha - 1) = \gamma(\alpha x^{3n} - \beta)$$

Et

$$x^{3n} - y^{3n} = 2\delta = -\gamma\alpha(x^{3n} + y^{3n}) + 2\gamma\beta$$

Donc

$$x^{3n}(1 + \gamma\alpha) + (\gamma\alpha - 1)y^{3n} = 2\gamma\beta$$
$$= \delta((\gamma\alpha + 1)^2 + (\gamma\alpha - 1)^2) = 2\gamma\beta$$
$$= 2\delta(\gamma^2\alpha^2 + 1)$$

Donc

$$\frac{2u^n}{x^{3n} - y^{3n}}\beta = (x^{3n} - y^{3n})(\frac{u^{2n}}{(x^{3n} - y^{3n})^2}\alpha^2 + 1)$$

Donc

$$2\beta u^n = (x^{3n} - y^{3n})^2(\frac{(x^{3n} + y^{3n})^2 + (x^{3n} - y^{3n})^2}{(x^{3n} - y^{3n})^2}$$
$$2\beta u^n = 2x^{6n} + 2y^{6n} = 2x^{9n} + 2y^{9n}$$
$$x^{6n}(x^{3n} - 1) = y^{6n}(1 - y^{3n})$$
$$x^{6n} = \xi(1 - y^{3n}) > 0$$
$$y^{6n} = \xi(x^{3n} - 1) > 0$$

et

$$y \geq 1, \quad x \geq 1$$

Donc ξ est en même temps positif ou nul et négatif ou nul. Donc, il est nul. La seule solution pour $n > 2$ devrait être

$$xyz = 0$$

Conclusion L'égalité établie à partir de l'équation de Fermat n'a pas permis de démontrer le théorème de Fermat car l'inégalité $n > 2$ n'a pas été utilisée.