

	GDP-MEP1	PERT - GANTT	TYPE RESSOURCE	
			COURS	
			VERSION	
			1	01

PERT – GANTT

L'ordonnancement du travail

Pour faciliter le suivi des opérations à entreprendre, éviter les oublis et les malentendus, l'information doit parfaitement circuler. Pour cela nous disposons d'outils :

- le réseau PERT
- le diagramme de GANTT

Objectifs :

- Programmer les moyens humains et matériels selon l'estimation des charges futures.
- Coordonner les tâches.
- Déterminer les délais.
- Contrôler l'avancement des travaux.

1. LE RESEAU PERT

Le Program Evaluation and Review Technic (Technique d'Evaluation et de Contrôle des

Programmes) est une méthode mise au point aux USA en 1958 par Willard FRAZARD. Elle permit à l'US NAVY de gagner 2 ans sur la fabrication des fusées Polaris (projet établi initialement sur 7 ans). Cette technique a permis de coordonner les travaux de près de 6000 constructeurs dans les délais imposés par le gouvernement américain.

Le projet POLARIS représentait entre autres :

- 250 fournisseurs,
- 9000 sous-traitants,

Cette méthode s'est ensuite étendue à l'industrie américaine puis à l'industrie occidentale.

Le PERT est « une méthode consistant à mettre en ordre sous forme de réseau plusieurs tâches qui, grâce à leur dépendance et à leur chronologie, concourent toutes à l'obtention d'un produit fini ».

La méthode PERT est le plus souvent synonyme de gestion de projet importants et à long terme. C'est pourquoi, un certain nombre d'actions sont nécessaires pour réussir sa mise en oeuvre.

1. Définir de manière très précise le projet d'ordonnement.
2. Définir un responsable de projet, auquel on rendra compte et qui prendra les décisions importantes.
3. Analyser le projet par grands groupes de tâches, puis détailler certaines tâches si besoin est.
4. Définir très précisément les tâches et déterminer leur durée.
5. Rechercher les coûts correspondant ce qui peut éventuellement remettre en cause certaines tâches.
6. Effectuer des contrôles périodiques pour vérifier que le système ne dérive pas

Rôle du réseau PERT :

Le PERT présente d'une façon visuelle l'enchaînement logique des tâches en vue :

- d'en faciliter la coordination et le contrôle,
- d'améliorer les prévisions de durée et de coût.

Le tracé du réseau PERT permet de connaître le **chemin critique** (c'est-à-dire le chemin le plus long entre la première et la dernière étape) et par conséquent :

- la durée totale du projet,
- les tâches pour lesquelles tout retard entraîne l'allongement du projet.

1.1. Présentation du PERT

Contrairement à celle du GANTT, la méthode PERT s'attache surtout à mettre en évidence les liaisons qui existent entre les différentes tâches d'un projet et à définir le chemin dit « critique ».

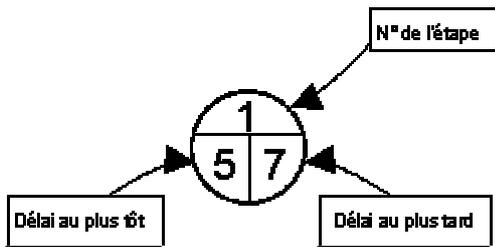
Le graphe PERT est composé d'étapes et de tâches (ou opérations).

On représente les tâches par des flèches ou vecteurs. La longueur des flèches n'a pas de signification; il n'y a pas de proportionnalité dans le temps.

1.2. Définitions



Tâche ou opération: Elle fait avancer une oeuvre vers son état final. Exemple de représentation de la tâche A. Habituellement, on nomme les tâches et on indique leur durée.



Étape: On appelle étape, le début ou la fin d'une tâche.

Exemple de représentation de l'étape 1. Habituellement, on numérote les étapes. On indique aussi leur temps de réalisation au plus tôt et au plus tard.

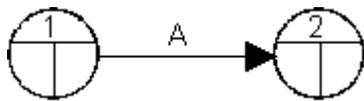
Réseau: On appelle réseau ou diagramme PERT, l'ensemble des tâches et des étapes qui forment le projet.

Un réseau possède toujours une étape de début et une étape de fin. On lit un réseau de la gauche vers la droite. Les flèches sont orientées dans ce sens. Il n'y a jamais de retours.

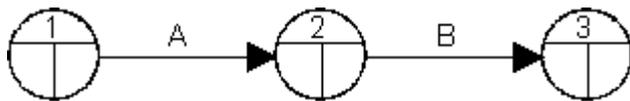
On ne peut représenter une tâche que par une seule flèche.

Représentation, règles:

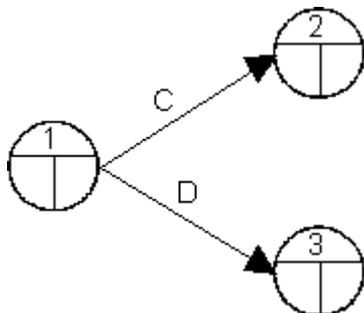
Toute tâche a une étape de début et une tâche de fin. Une tâche suivante ne peut démarrer que si la tâche précédente est terminée.



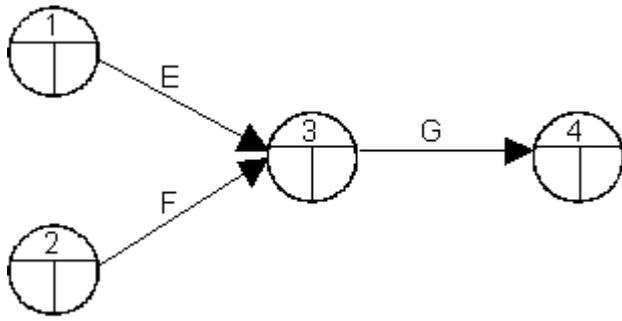
Deux tâches qui se succèdent immédiatement sont représentées par des flèches qui se suivent.



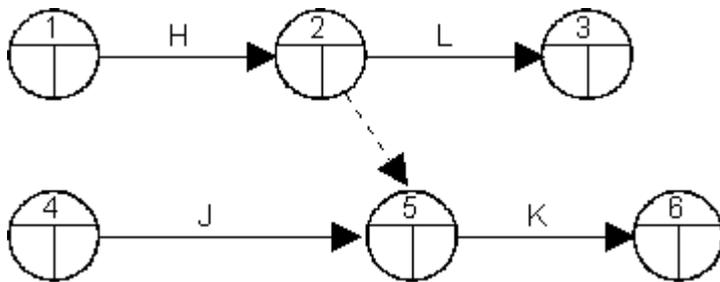
Deux tâches C et D qui sont simultanées (c'est à dire qui commencent en même temps) sont représentées de la manière suivante:



Deux étapes E et F qui sont convergentes (c'est à dire qui précèdent une même étape G) sont représentées de la manière suivante:



Parfois, il est nécessaire d'introduire des tâches fictives. Une tâche fictive a une durée nulle. Elle ne modifie pas le délai final. Par exemple, si la tâche K succède aux tâches H et J, et que la tâche L succède seulement à la tâche H, on représentera le problème de la manière suivante :



1.3. Approche cartésienne:

Tâches	Prédécesseurs
A	
B	A
C	A
D	B
E	B
F	C, D et I
G	E, F
H	
I	H
J	H
K	I
L	J,K

A partir des données d'antériorité des tâches, une matrice est réalisée. Les noms des tâches sont inscrits en abscisse et en ordonnée.

Les cases correspondant aux tâches qui ont des antécédents sont cochées.

Par exemple, dans le cas ci-dessous, la tâche A étant prédécesseur de la tâche B, on coche la case B-A. De même pour C-A.

Etape 1:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	n1	n 2	n3	n4	n5
A													0				
B	X												1				
C	X												1				
D		X											1				
E		X											1				
F			X	X					X				3				
G					X	X							2				
H													0				
I								X					1				
J								X					1				
K									X				1				
L										X	X		2				

Ensuite, on compte, ligne par ligne le nombre de croix et on inscrit le résultat dans la colonne " n1 ". Nous avons alors établi le premier niveau. Les lignes qui n'ont pas de croix correspondent aux tâches qui n'ont pas d'antécédents.

Au niveau " n1 ", les tâches A et H n'ont pas de croix. elles n'ont pas d'antécédents. On les réalisera donc en premier.

Etape 2:

L'étape suivante consiste à barrer les tâches qui n'avaient plus de croix précédemment. En effet, on considère qu'elles sont réalisées.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	n1	n 2	n3	n4	n5
A													0				
B	X												1				
C	X												1				
D		X											1				
E		X											1				
F			X	X					X				3				
G					X	X							2				
H													0				
I								X					1				
J								X					1				
K									X				1				
L										X	X		2				

A nouveau, on compte ligne par ligne le nombre de croix. Au niveau " n2 ", les tâches B-C-I et J n'ont plus de croix.

On réalisera donc ces tâches en second lieu, car elles n'ont plus d'antécédents.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	n1	n 2	n3	n4	n5
A													O				
B	X												1	0			
C	X												1	0			
D		X											1	1			
E		X											1	1			
F			X	X					X				3	3			
G					X	X							2	2			
H													0				
I								X					1	0			
J								X					1	0			
K									X				1	1			
L										X	X		2	2			

Etape 3:

Au niveau trois, on barre les tâches qui n'avaient pas de croix précédemment.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	n1	n 2	n3	n4	n5
A													O				
B	X												1	0			
C	X												1	0			
D		X											1	1			
E		X											1	1			
F			X	X					X				3	3			
G					X	X							2	2			
H													0				
I								X					1	0			
J								X					1	0			
K									X				1	1			
L										X	X		2	2			

Etape 4 :

On compte ligne par ligne le nombre de croix. Au niveau trois, les tâches D, E et K n'ont plus d'antécédents.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	n1	n 2	n3	n4	n5
A													0				
B	X												1	0			
C	X												1	0			
D		X											1	1	0		
E		X											1	1	0		
F			X	X					X				3	3	1		
G					X	X							2	2	2		
H													0				
I								X					1	0			
J								X					1	0			
K									X				1	1	0		
L										X	X		2	2	1		

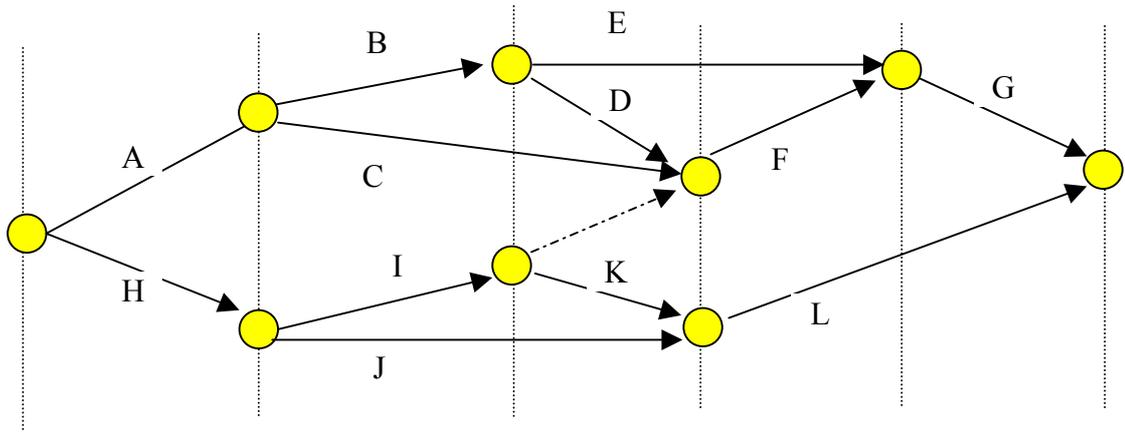
Etape 5 :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	n1	n 2	n3	n4	n5
A													0				
B	X												1	0			
C	X												1	0			
D		X											1	1	0		
E		X											1	1	0		
F			X	X					X				3	3	1	0	
G					X	X							2	2	2	1	
H													0				
I								X					1	0			
J								X					1	0			
K									X				1	1	0		
L										X	X		2	2	1	0	

On procède ainsi jusqu'à ce qu'aucune tâche n'aie plus d'antécédents.

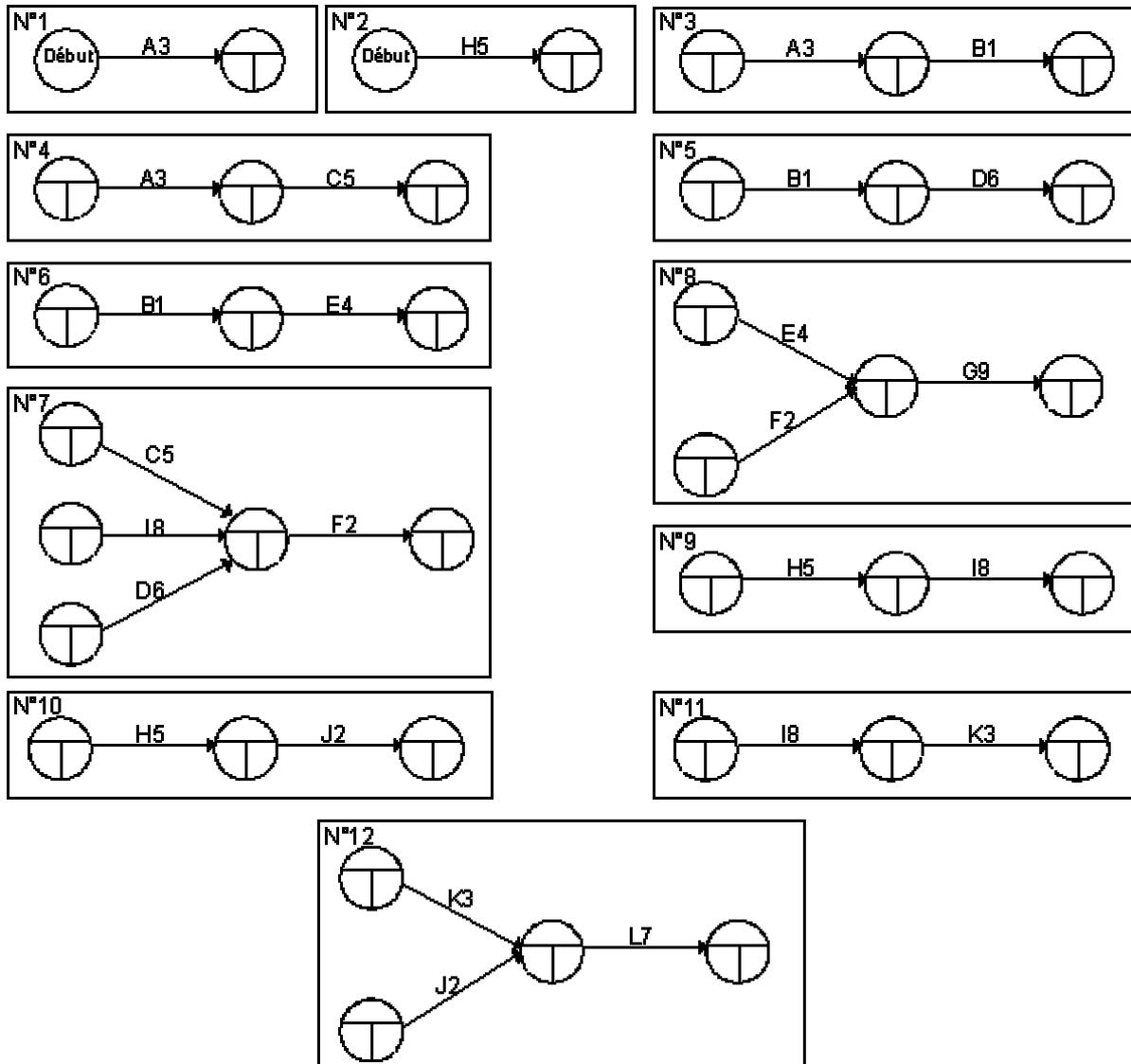
On sait alors qu'on aura un réseau Pert sur 5 niveaux du type suivant :

Niveau I **Niveau II** **Niveau II** **Niveau IV** **Niveau V**
A, H **B,C, I,J** **D, E et K** **F, L** **G**



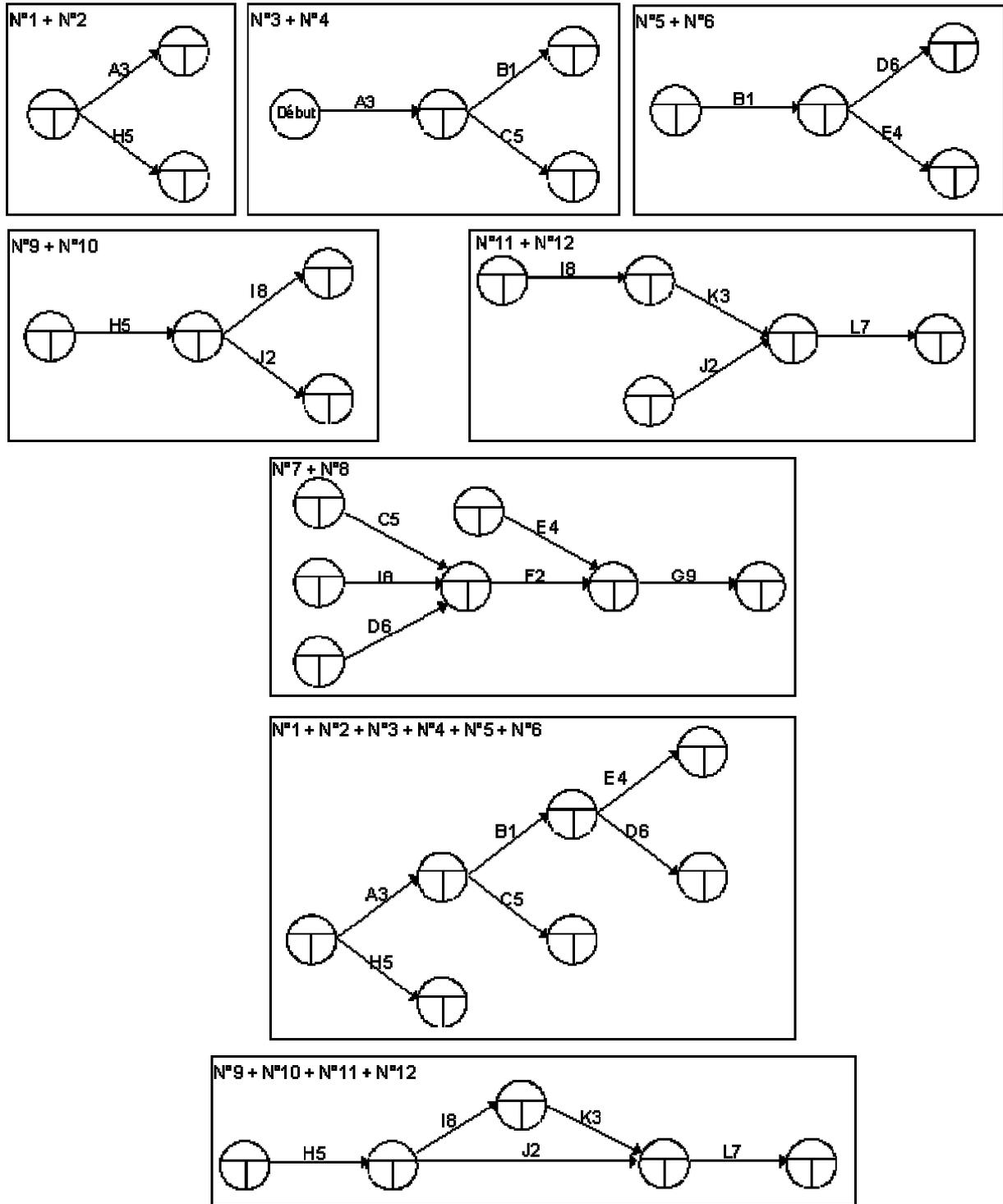
1.4. Résolution par approche graphique:

Chaque condition d'antériorité est traduite graphiquement.

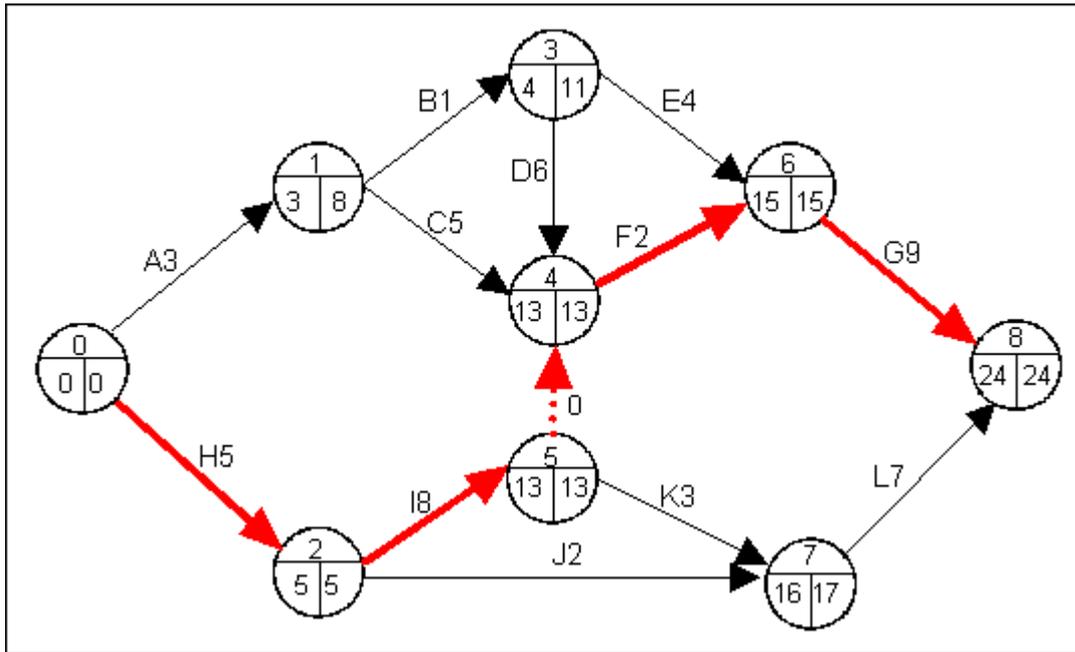


Il est possible de simplifier les graphes en les regroupant.

Nous obtenons le graphe final suivant:



Nous pouvons maintenant définir les temps au plus tôt et au plus tard de chaque étape. Nous définirons aussi le chemin critique en reliant les étapes qui n'ont aucune marge.



Remarque : Le chemin critique passe sur ce réseau PERT par une étape fictive (flèche rouge en pointillé). Bien qu'elle ait une valeur nulle (durée 0), le calcul des temps de délai au plus tôt et de délai au plus tard de l'étape 4 qu'elle renseigne prend en compte les valeurs de délai au plus tôt et de délai au plus tard de l'étape 5. C'est une tâche fictive qui n'augmente pas le délai final du projet mais il faut, dans le calcul des délais au plus tôt et au plus tard, tenir compte des valeurs de l'étape dont elle est l'origine (par exemple, dans le cas présent, on prend en compte le délai au plus tôt de l'étape 5 pour calculer le délai au plus tôt de l'étape 4).

2. LE DIAGRAMME DE GANTT

Le diagramme de GANTT est un planning représentant graphiquement le réseau PERT. Il permet le suivi des différentes opérations mises en oeuvre et leur réajustement compte tenu d'éventuels aléas (ex :retard).

Rôle du diagramme de GANTT :

Il renseigne sur :

- la durée d'une tâche,
- le moment où elle débute et celui où elle s'achève au plus tôt et au plus tard.

3. Du réseau PERT...au diagramme de GANTT

ETAPES	MOYENS
1. Réaliser le tableau des antériorités	<ul style="list-style-type: none"> • Dresser la liste des opérations à réaliser • Attribuer une lettre code à chaque opération • Indiquer la durée • Rechercher à quelle(s) autre(s) opération(s) elle succède
2. Construire le réseau PERT	<ul style="list-style-type: none"> • A partir du tableau des antériorités et à l'aide de l'approche cartésienne, enchaîner les nœuds et les vecteurs pour représenter les tâches successives, simultanées ou convergentes
3. Evaluer la durée totale du projet	<ul style="list-style-type: none"> • A partir du premier nœud, et en suivant les différents chemins, cumuler la durée des tâches vers la droite et reporter les nombres dans la partie « date au plus tôt » • Le dernier nœud révèle la durée totale du projet
4. Repérer sur le PERT les tâches qui n'admettent aucun retard	<ul style="list-style-type: none"> • A partir du dernier nœud et en suivant les différents chemins, décompter la durée des tâches vers la gauche et reporter les nombres dans la partie « date au plus tard » • Les tâches qui n'admettent pas de retard sont situées entre deux nœuds dont les dates au plus tôt et les dates au plus tard sont égales : elles représentent le chemin dont la durée est la plus longue.
5. Représenter le chemin critique	<ul style="list-style-type: none"> • Renforcer le tracé des vecteurs situés sur le chemin dont la durée est la plus longue : c'est le chemin critique • Le chemin critique passe par des étapes et correspond à des tâches qui n'admettent aucun retard dans leur réalisation
6. Elaborer le diagramme de GANTT	<ul style="list-style-type: none"> • Représenter le réseau de par un graphique à bandelettes : <ul style="list-style-type: none"> ➢ les tâches en ordonnées ➢ les durées en abscisses • Tracer le chemin critique puis chronologiquement et séparément les tâches des autres chemins
7. Mesurer les écarts permis sur le diagramme de GANTT	<ul style="list-style-type: none"> • Soustraire pour chaque étape, la date au plus tôt de la date au plus tard : l'écart est le retard qu'une ou plusieurs opérations peuvent accepter dans leur exécution sans modifier la durée du projet.

4. Démarche guidée

4.1. Thème :

La décision vient d'être prise d'acquiescer une imprimante thermique à codes à barres. Les tâches à réaliser, ainsi que leur durée, sont répertoriées ci-dessous :

Collecte de la documentation sur les imprimantes : *2 semaines*

Choix du matériel : *1 semaine*

Etude de la documentation, démonstration par les fabricants : *2 semaines*

Installation de l'imprimante, tests de fonctionnement : *1 semaine*

Passation du marché, commande : *1 semaine*

Délai de livraison du matériel : *4 semaines*

Commande des étiquettes et livraison : *3 semaines*

Etablissement d'un projet d'étiquette : *2 semaines*

Mise au point des étiquettes : *2 semaines*

Formation des opérateurs : *2 semaines*

Mission :

Il s'agit de déterminer dans quel délai le matériel sera opérationnel.

Pour mener à bien cette mission, deux outils logistiques seront utilisés : le réseau PERT et le diagramme de GANTT.

Travail à faire :

Vous réalisez, étape par étape, la démarche guidée.

4.2. Etape 1 : Réaliser le tableau des antériorités

La construction d'un PERT est facilitée par la réalisation d'un tableau d'analyse des tâches à réaliser : **le tableau des antériorités**

Code	Tâches à réaliser	Durée (semaine)	Antériorité
A	Collecte de la documentation sur les imprimantes	2	
B	Choix du matériel	1	C
C	Etude de la documentation, démonstration par les fabricants	2	A
D	Installation de l'imprimante, tests de fonctionnement	1	F
E	Passation du marché, commande	1	B
F	Délai de livraison du matériel	4	E
G	Commandes des étiquettes et livraison	3	I
H	Etablissement d'un projet d'étiquettes	2	B
I	Mise au point des étiquettes	2	H
J	Formation des opérateurs	2	D-G

Pas d'antériorité, la tâche A sera réalisée en premier.

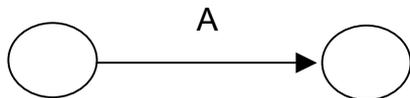
Une même antériorité B, les tâches E et H sont des tâches simultanées

Deux antériorités, les tâches D et G sont convergentes vers la tâche J

4.3. Etape 2 : Construire le réseau PERT à l'aide de l'approche cartésienne et du tableau des antériorités

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	n1	n2	n3	n4	n5	n6	n7	n8	n9
A											0								
B			X								1								
C	X										1								
D						X					1								
E		X									1								
F					X						1								
G									X		1								
H		X									1								
I								X			1								
J				X			X				2								

On commencera donc par tracer la tâche A.



Remarque : il est possible de rencontrer plusieurs tâche sans antériorité, elles partiront toutes du même noeud

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	n1	n2	n3	n4	n5	n6	n7	n8	n9
A											0								
B			X								1	1							
C	X										1	0							
D						X					1	1							
E		X									1	1							
F					X						1	1							
G									X		1	1							
H		X									1	1							
I								X			1	1							
J				X			X				2	2							

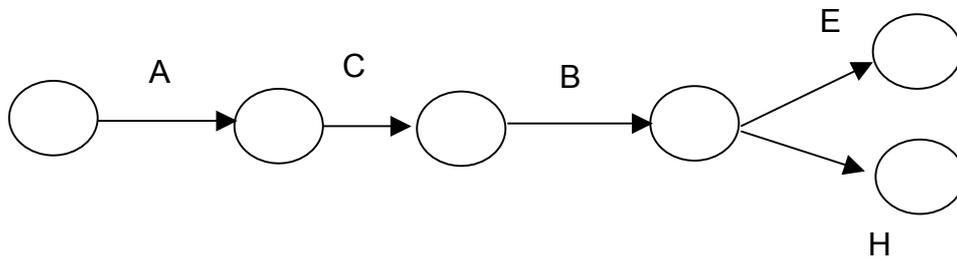
Puis la tâche C.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	n1	n2	n3	n4	n5	n6	n7	n8	n9
A											0								
B			X								1	1	0						
C	X										1	0							
D						X					1	1	1						
E		X									1	1	1						
F					X						1	1	1						
G									X		1	1	1						
H		X									1	1	1						
I								X			1	1	1						
J				X			X				2	2	2						

La tâche B viendra en troisième position.

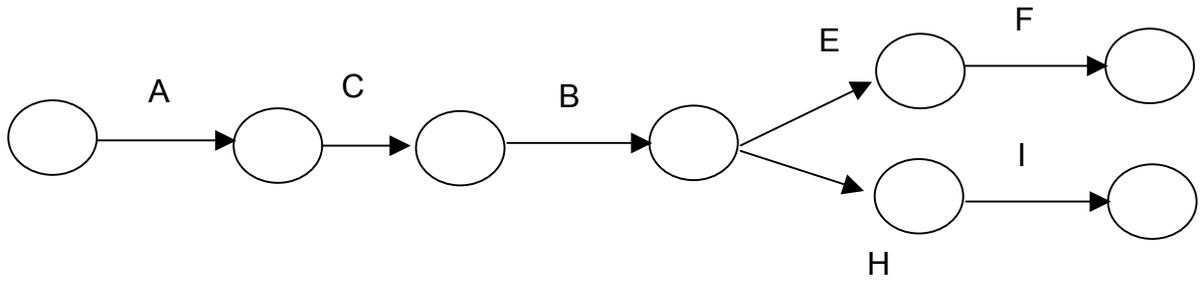
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	n1	n2	n3	n4	n5	n6	n7	n8	n9
A											0								
B			X								1	1	0						
C	X										1	0							
D						X					1	1	1	1					
E		X									1	1	1	0					
F					X						1	1	1	1					
G									X		1	1	1	1					
H		X									1	1	1	0					
I								X			1	1	1	1					
J				X			X				2	2	2	2					

Les tâches E et H sont simultanées et viennent après B.



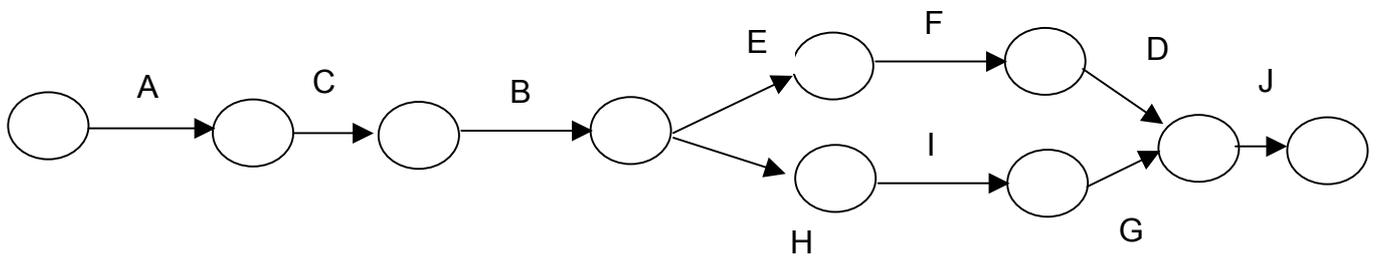
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	n1	n2	n3	n4	n5	n6	n7	n8	n9
A											0								
B			X								1	1	0						
C	X										1	0							
D						X					1	1	1	1	1				
E		X									1	1	1	0					
F					X						1	1	1	1	0				
G									X		1	1	1	1	1				
H		X									1	1	1	0					
I								X			1	1	1	1	0				
J				X			X				2	2	2	2	1				

Les tâches F et I seront dessinée sen cinquième position.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	n1	n2	n3	n4	n5	n6	n7	n8	n9
A											0								
B			X								1	1	0						
C	X										1	0							
D						X					1	1	1	1	1	0			
E		X									1	1	1	0					
F					X						1	1	1	1	0				
G									X		1	1	1	1	1	0			
H		X									1	1	1	0					
I								X			1	1	1	1	0				
J				X			X				2	2	2	2	1	2	0		

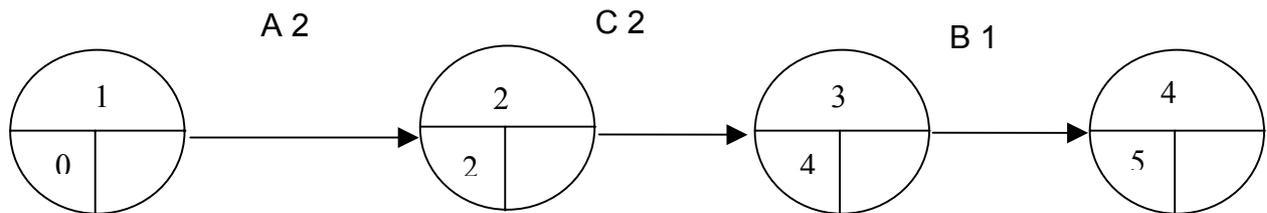
Les tâches D et G convergent vers J.



4.4. Etape 3 : Evaluer la durée totale du projet

A partir de l'étape 1, vous cumulez les durée des tâches vers la droite et reportez les nombres dans la partie « date au plus tôt ».

L'étape 1 marque zéro. Elle est le point de départ de trois tâches successives A, B et C. Le Pert ne peut commencer que par un seul nœud.



- **La date à l'étape 2 correspond à la durée de la tâche A soit 2 semaines.**
- **La date à l'étape 3 correspond à la date de l'étape 2 (2 semaines) augmentée de la durée de la tâche C (2 semaines) soit 4 semaines.**
- **La date à l'étape 4 correspond à la date de l'étape 3 (4 semaines) augmentée de la durée de la tâche B (1 semaine) soit 5 semaines.**
- **La date à l'étape 5 correspond à la date de l'étape 4 (5 semaines) augmentée de la durée de la tâche E (1 semaine) soit 6 semaines.**
- **La date à l'étape 6 correspond à la date de l'étape 4 (5 semaines) augmentée de la durée de la tâche H (2 semaines) soit 7 semaines.**
- **La date à l'étape 7 correspond à la date de l'étape 5 (6 semaines) augmentée de la durée de la tâche F (4 semaines) soit 10 semaines.**
- **La date à l'étape 8 correspond à la date de l'étape 6 (7 semaines) augmentée de la durée de la tâche I (2 semaines) soit 9 semaines.**
- **L'étape 9 est l'intersection des tâches D et G :**

- la date à l'étape 7 (10 semaines) augmentée de la durée de la tâche D (1 semaine) donne 11 semaines,

- la date à l'étape 8 (9 semaines) augmentée de la durée de la tâche G (3 semaines) donne 12 semaines,

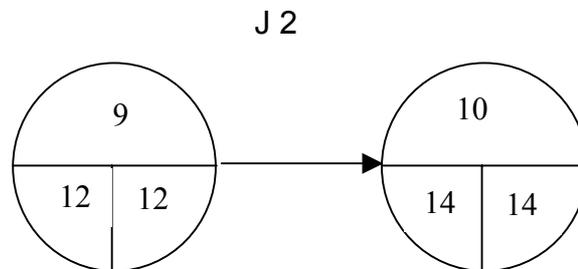
- **La date à l'étape 9 correspond** au chemin dont la durée est la plus longue soit **12 semaines.**
- **L'étape 10** marque la fin des opérations (le Pert s'achève sur un seul noeud).
- **La date à l'étape 10 correspond** à la date à l'étape 9 (12 semaines) augmentée de la durée de la tâche J (2 semaines) soit **14 semaines.**

La dernière étape révèle la durée totale du projet soit 14 semaines.

4.5. Etape 4 : Repérer les tâches qui n'admettent aucun retard

A partir de l'étape 10, vous décomptez la durée des tâches vers la gauche et reportez les nombres dans la partie « date au plus tard ».

- **L'étape 10** marque **14 semaines.**
- **La date à l'étape 9 correspond** à la date à l'étape 10 (14 semaines) diminuée de la durée de la tâche J (2 semaines) soit **12 semaines.**



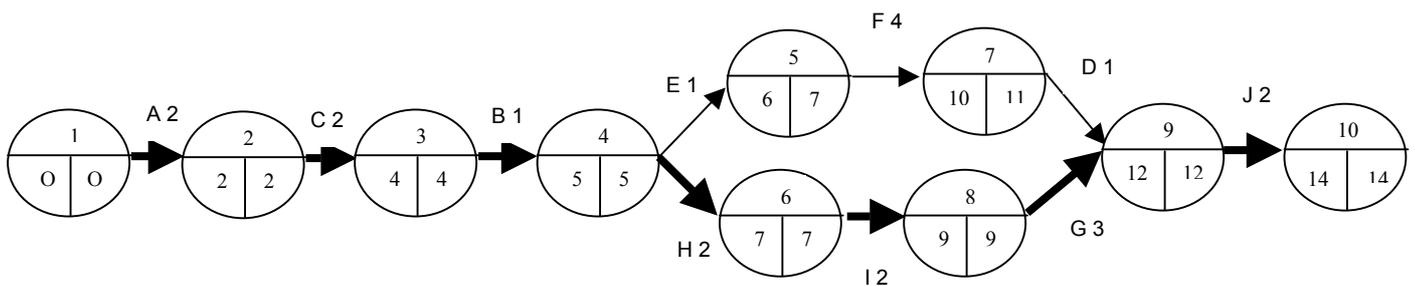
- **La date à l'étape 8 correspond** à la date à l'étape 9 (12 semaines) diminuée de la durée de la tâche G (3 semaines) soit **9 semaines.**
- **La date à l'étape 7 correspond** à la date à l'étape 9 (12 semaines) diminuée de la durée de la tâche D (1 semaine) soit **11 semaines.**
- **La date à l'étape 6 correspond** à la date à l'étape 8 (9 semaines) diminuée de la durée de la tâche I (2 semaines) soit **7 semaines.**
- **La date à l'étape 5 correspond** à la date à l'étape 7 (11 semaines) diminuée de la durée de la tâche F (4 semaines) soit **7 semaines.**

- **L'étape 4** est l'intersection des tâches E et H :
 - la date à l'étape 5 (7 semaines) diminuée de la durée de la tâche E (1 semaine) donne 6 semaines,
 - la date à l'étape 6 (7 semaines) diminuée de la durée de la tâche H (2 semaines) donne 5 semaines.
- **La date à l'étape 4** correspond au chemin dont la durée est la moins longue soit 5 semaines.
- **La date à l'étape 3** correspond à la date à l'étape 4 (5 semaines) diminuée de la durée de la tâche B (1 semaine) soit 4 semaines.
- **La date à l'étape 2** correspond à la date à l'étape 3 (4 semaines) diminuée de la durée de la tâche C soit (2 semaines) soit 2 semaines.
- **La date à l'étape 1** correspond à la date à l'étape 2 (2 semaines) diminuée de la durée de la tâche A (2 semaines) soit zéro.

Les tâches qui n'admettent aucun retard sont les tâches A-C-B-H-I-G-J : tout retard dans leur exécution entraîne l'allongement du projet. Ces tâches sont situées sur le chemin dont la durée est la plus longue.

Les tâches situées entre deux noeuds dont les dates au plus tôt et au plus tard n'affichent aucune différence, n'admettent aucun retard dans la réalisation.

Le réseau PERT :



Durée du projet : 14 semaines

4.6. Etape 5 : Représenter le chemin critique

Les tâches A, C, B, H, I, G et J, situées sur le chemin dont la durée est la plus longue, représente le chemin critique : le tracé de leur vecteur doit être renforcé.

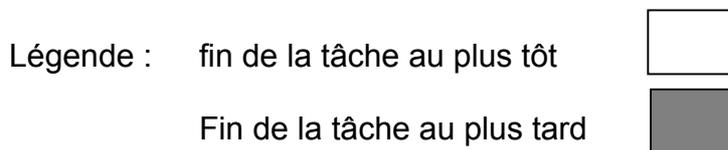
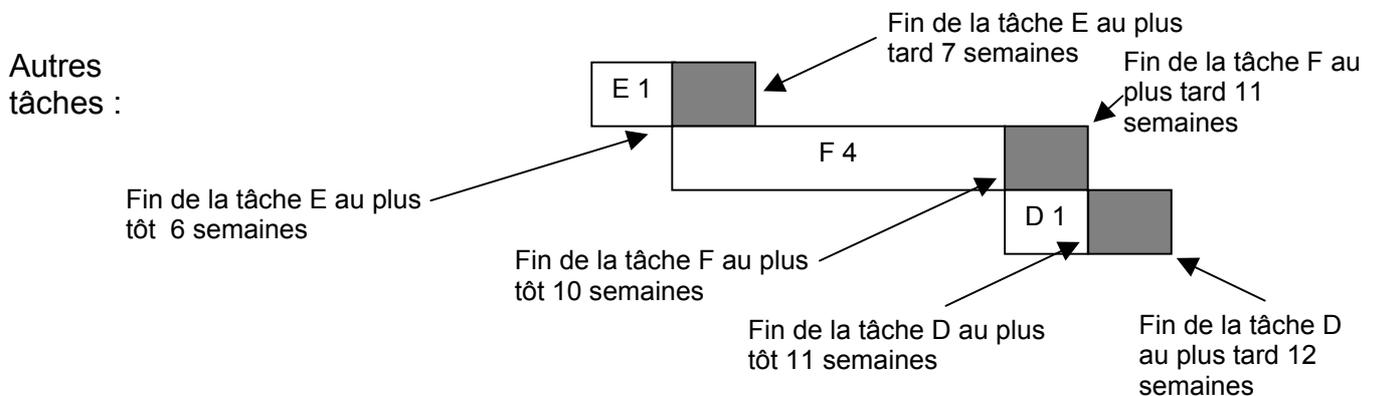
Le chemin critique passe donc par les étapes 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 et 10.

4.7. Etape 6 : Elaborer le diagramme de GANTT

- 1 – Choisir une échelle de représentation : 1 semaine
- 2 – Tracer le chemin critique en une bandelette décomposée en tâches.
- 3 – Représenter les autres tâches séparément et chronologiquement.

Semaines	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
----------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

Chemin critique	A 2	C 2	B 1	H 2	I 2	G 3	J 2
-----------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



4.8. Etape 7 : Mesurer les écarts

Les écarts se mesurent en dehors du chemin critique. Pour chaque tâche représentée, la différence entre la fin au plus tard et la fin au plus tôt indique le retard que la tâche peut accuser.

Par exemple, pour la tâche E :

$$\text{fin au plus tard (7 semaines)} - \text{fin au plus tôt (6 semaines)} = 1 \text{ semaine}$$

Tâches	Fin au plus tôt	Fin au plus tard	Ecarts
E	6 semaines	7 semaines	1 semaine
F	10 semaines	11 semaines	1 semaine
D	11 semaines	12 semaines	1 semaine

On peut aussi mesurer la marge totale d'une tâche. C'est la plage de temps maximum dans laquelle une tâche peut se déplacer sans modifier la date de terminaison du projet :

fin de date au plus tard - début de date au plus tôt – durée tâche = marge totale