

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & a & 5 & 10 \\ 2 & 7 & a & b \end{array} \right] \rightarrow L2 \leftarrow L2 - 2 \cdot L1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & a & 5 & 10 \\ 0 & 3 & a-2 & b-6 \end{array} \right] \rightarrow L2 \rightleftharpoons L3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & a-2 & b-6 \\ 0 & a & 5 & 10 \end{array} \right] \rightarrow \text{on discute}$$

si $a = 0$, notre systeme est echlonne $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & b-6 \\ 0 & 0 & 5 & 10 \end{array} \right]$

on a $5 = 10$ impossible donc le systeme n a pas de solution

sinon ($a \neq 0$)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & a-2 & b-6 \\ 0 & 0 & 5 - \frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{3}a & 10 - \frac{1}{3}ba + 2a \end{array} \right] \rightarrow \text{donc}$$

si $5 - \frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{3}a \neq 10 - \frac{1}{3}ba + 2a \rightarrow$ donc si **$b \neq \frac{-a^2 - 4a - 15}{a}$** (avec $a \neq 0$ tjrs)

impossible donc le systeme n a pas de solution

sinon donc **$b = \frac{-a^2 - 4a - 15}{a}$**

le systeme a un unique solution (tu remplace en calculant z puis y puis x)

remarque : peut etre j ai fait des fautes de calcul ,
et pardon j ai pas le temps pou un spellchecking (:)