

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & a & 5 & 10 \\ 2 & 7 & a & b \end{array} \right] \rightarrow L2 \leftarrow L2 - 2 \cdot L1$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & a & 5 & 10 \\ 0 & 3 & a-2 & b-6 \end{array} \right] \rightarrow L2 \rightleftharpoons L3$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & a-2 & b-6 \\ 0 & a & 5 & 10 \end{array} \right] \rightarrow \text{on discute}$$

si $a = 0$, notre système est échelonné $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -2 & b-6 \\ 0 & 0 & 5 & 10 \end{array} \right]$

on a $5z = 10$ donc $z = 2$; on remplace dans L2 pour trouver y ; puis on utilise L1 pour trouver x

sinon ($a \neq 0$)

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & a-2 & b-6 \\ 0 & 0 & 5 - \frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{3}a & 10 - \frac{1}{3}ba + 2a \end{array} \right] \rightarrow \text{donc}$$

si $5 - \frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{3}a = 0$ et $10 - \frac{1}{3}ba + 2a \neq 0 \rightarrow$ impossible car on aura $0z = \alpha$ ($\alpha \neq 0$)

tu dois simplifier pour avoir des conditions claires sur a et b

si $5 - \frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{3}a = 0$ et $10 - \frac{1}{3}ba + 2a = 0 \rightarrow$ on élimine L3 car il n'apporte aucune condition donc on aura une infinité de solutions....

$$\text{si } 5 - \frac{1}{3}a^2 + \frac{2}{3}a \neq 0$$

le système a une unique solution (tu remplace en calculant z puis y puis x)

remarque : peut être j'ai fait des fautes de calcul et peut être même de raisonnement, et pardon j'ai pas le temps pour un spellchecking (:)