Soit $F = \{P \in \mathbb{C}_n[X] \ / \ P$ scindé à racines simples $\}$

Pour $x_0 \in \mathbb{C}$ , on pose:

$$\begin{array}{rcl} \varphi_{x_0} & : & \mathbb{C}_n[X] \to \mathbb{C}^2 \\ P & \mapsto & (P(x_0), P'(x_0)) \end{array}$$

et $G_{x_0} = \left\{P \in \mathbb{C}_n[X] \ / \ (X - x_0)^2 \nmid P\right\}$ .

On a $\varphi_{x_0}$ est lineaire donc continue, et $G_{x_0} = \varphi_{x_0}^{-1}(\mathbb{C}^2 \setminus \{(0,0)\}$ donc c'est un ouvert .

Pour $(x_1, ..., x_n) \in \mathbb{C}^n$, on pose $F_{(x_1,...,x_n)} = \bigcap\limits_{i=1}^{n} G_{x_i}$ qui est un ouvert , alors on a :

$$F = \bigcup_{(x_1,...,x_n) \in \mathbb{C}^n} F_{(x_1,...,x_n)}$$

d'où $F$ est un ouvert