

Algèbre

Partiel – MIAGe-L2

Janvier 2006 – 1 heure 30

Soit E un espace vectoriel de dimension 3 muni d'une base $\mathcal{E} = \{e_1, e_2, e_3\}$ et soit f une application linéaire de E dans E définie par la matrice associée A :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 2 \\ -5 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

1. Vérifier que $f(x)$ est bien défini pour tout x de E .
2. Déterminer les valeurs propres et sous espaces propres de f .
3. Calculer le déterminant de A .
4. f est-elle diagonalisable?
5. Démontrer que la transposée de la matrice A (notée tA) et A ont mêmes valeurs propres.