

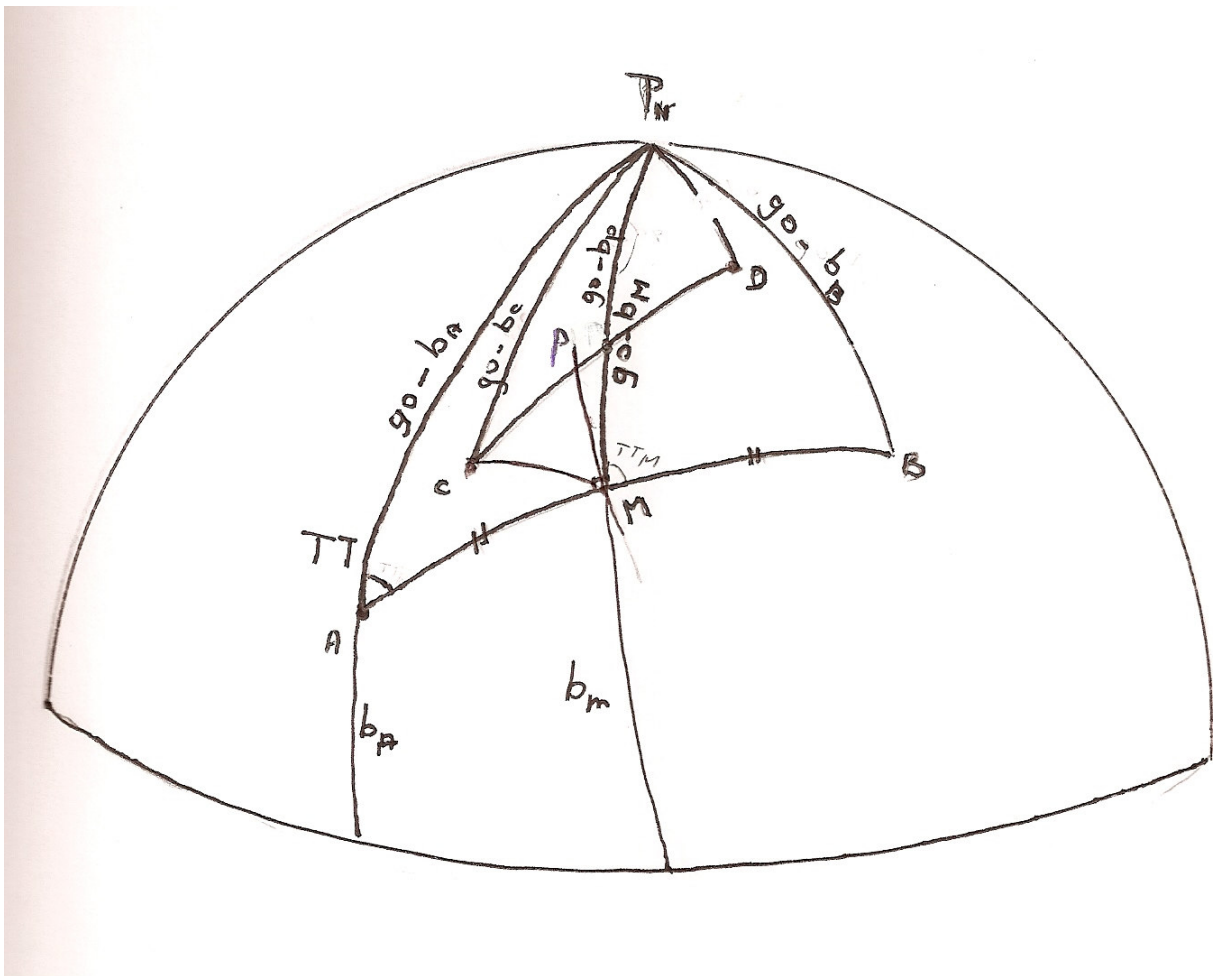
17.2 Bolgoniometrie

Uit de onderstaande figuur ziet men hoe dit alles er in werkelijkheid uitziet, de “rechte lijnen” zijn in werkelijkheid delen van grootcirkels. In de hierna gevolgde wiskundige berekening van het PET, wordt gebruik gemaakt van formules uit de bol driehoeksmeting, twee formules zijn hierbij van belang dit zijn de Cosinusregel en de sinusregel, deze formules lijken op die uit de vlakke driehoeksmeting. Men moet bij de bol driehoeksmeting bedenken dat ook de zijden van de driehoek in graden moeten worden uitgedrukt en verder moet men bedenken dat de som van de 3 hoeken geen 180 hoeft te zijn ($0 < \text{de som der zijden} < 360$ en $180 < \text{de som der hoeken} < 540$)

Zonder bewijs wordt de cosinusregel en sinusregel gegeven.

$$\cos c = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos \gamma \qquad \frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma}$$

Voorstelling van de ligging van het PET met behulp van Grootcirkels



Figuur 17.2 grootcirkel driehoeken waarmee de Pet berekend kan worden.

17.3 Berekening ligging PET

Uit sfeer op de vorige bladzijden, kunnen een aantal driehoeken getekend worden, waarmee de coördinaten van het PET kan worden gevonden.

Allereerst driehoek APB, voor de lengte van AB geldt de cosinusregel;

$$\begin{aligned} AB &= 60 * ar \cos(\cos(90 - b_A) * \cos(90 - b_B) + \sin(90 - b_A) * \sin(90 - b_B) * \cos \Delta lon_{AB}) \\ AB &= 60 * ar \cos(\sin b_A * \sin b_B + \cos b_A * \cos b_B * \cos \Delta l_{AB}) \end{aligned}$$

Voor de TT van AB geldt dat $0 < TT < 180$ dus in oostelijke richting geldt de volgende formule:

$$TT_A = ar \cos \left(\frac{\sin b_B - \sin b_A \cos AB}{\cos b_A \sin AB} \right)$$

Wanneer de richting AB in westelijke richting is, dan geldt voor de $TT_{AB} = 360 - TT_A$, verder geldt in bovenstaande formules NB > 0 en ZB < 0

De afstand van a naar M is $1/2 AB$ zodat voor de breedte van M geldt:

$$Lat.M = ar \sin(\sin b_A \cos AM + \cos b_A \sin AM \cos TT_A)$$

Het lengteverschil tussen A en M wordt nu:

$$\Delta L_{AB} = ar \sin \left(\frac{\sin TT_A \sin AM}{\cos b_M} \right) \quad \text{Dit is de sinusregel.}$$

Nu zijn de coördinaten van M bekend, de TT vanuit M wordt gevonden door rekening te houden met de convergentie tussen de meridianen A en M:

$$Conv. = \Delta L_{AM} \sin \left(\frac{b_A + b_M}{2} \right)$$

Nu wordt de boldriehoek $CP_N D$ onder de loep genomen, de coördinaten van C en D zijn bekend en kunnen uit de kaart worden gehaald, met de cos.regel wordt CD berekend;

$$CD = 60 * ar \cos(\sin b_C \sin b_D + \cos b_C \cos b_D \cos \Delta l_{CD})$$

de TT vanuit C, is koers die gevlogen wordt:

$$TT_C = ar \cos \left(\frac{\sin b_D - \sin b_C \cos CD}{\cos b_C \sin CD} \right)$$

wordt nu naar de TT gekeken bij de meridiaan van de PET, dan moet de convergentie tussen C en PET worden bepaald, maar breedte van de PET is nog onbekend, eerst wordt de convergentie tussen Meridiaan van C en D berekend:

$$\boxed{conv. = \Delta l_{CD} \sin\left(\frac{b_C + b_D}{2}\right)}$$

Nu wordt aangenomen dat de convergentie tussen C en het PET de helft is

$$\boxed{conv_{CP} \approx 1/2 Conv_{CD}}$$

De afstand CM met de cosinusregel:

$$\boxed{CM = 60 * ar \cos(\sin b_C \sin b_m + \cos b_C \cos b_M \cos \Delta l_{CM})}$$

$$\boxed{TT_{CM} = ar \cos\left(\frac{\sin b_m - \sin b_C \cos CM}{\cos b_C \sin CM}\right)}$$

Hoek tussen CP en CM:

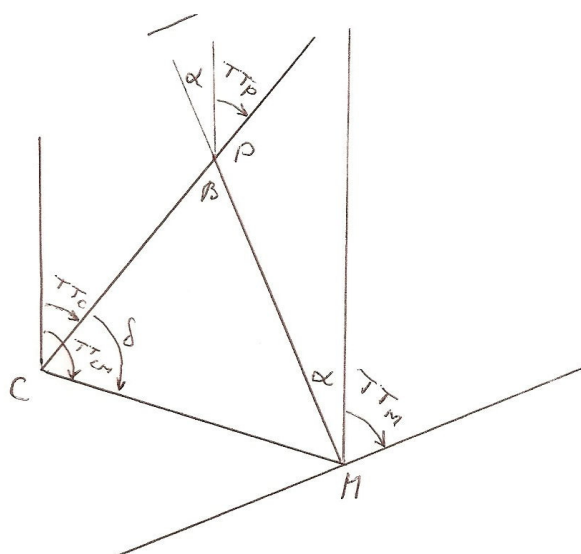
$$\boxed{\delta = TT_{CM} - TT_C}$$

$$\boxed{\alpha = 90 - TT_M}$$

$$\beta = \alpha + TT_P$$

De driehoek CPM wordt als vlakke driehoek beschouwd, gezien de kleine afstanden is dit geoorloofd. Met de sinusregel voor de vlakke trigonometrie wordt dit:

$$\boxed{MP = \frac{CM * \sin \delta}{\sin \beta}}$$



figuur 17.3

Tot slot kan met de boltrigonometrie is driehoek $PP_N M$, de breedte en de lengte van het PET worden berekend:

$$b_{PET} = ar \sin(\cos PM \sin b_M + \sin PM \cos b_M \cos \alpha)$$

$$\Delta l_{PM} = ar \sin\left(\frac{\sin PM \sin \alpha}{\sin b_{pet}}\right)$$

$$l_{pet} = l_M \pm \Delta l_{PM} \quad +/- \text{ hangt af of M ten westen of ten oosten van PET ligt.}$$

Opmerking;

Deze bewerkelijke methode om de no wind Pet te vinden, verdient niet de voorkeur makkelijker is het om de constructie in de kaart uit voeren.