

Paramétrisation de la courbe $C_2 \equiv \vec{p}(R, \vec{n}, s)$

Sur le tronçon $L_1 : s \in [0 ; L_1]$

$$\vec{p} = \vec{a}_1 + \vec{u}s \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\vec{a}_2 - \vec{a}_1}{\|\vec{a}_2 - \vec{a}_1\|}$$

Sur le tronçon $L_2 : s \in]L_1 ; L_1 + L_2]$

$$\vec{p} = R \cos(\theta) \vec{u} + R \sin(\theta) \vec{n} \times \vec{u} + \vec{c} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{c} = \vec{a}_2 + R \vec{n} \times \vec{u} \\ \theta = \frac{s}{R} - \frac{\pi}{2} - \frac{L_1}{R} \end{cases}$$

Sur le tronçon $L_3 : s \in]L_1 + L_2 ; L_1 + L_2 + L_3]$

$$\vec{p} = \vec{a}_3 + \left. \frac{\partial \vec{p}}{\partial s} \right|_{L_1+L_2} x \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \frac{\partial \vec{p}}{\partial s} = -\sin(\theta) \vec{u} + \cos(\theta) \vec{n} \times \vec{u} \\ x = s - L_1 - L_2 \end{cases}$$

Distance d'un point $\vec{q} \in C_1$ à la courbe C_2 :

$$d(\vec{q}, C_1) = \min_s \|\vec{p}(R, \vec{n}, s) - \vec{q}\| \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial d^2(\vec{q}, C_1)}{\partial s} = 0$$

Sur L_2 :

$$\begin{aligned} \frac{\partial d^2(\vec{q}, C_1)}{\partial s} &= -2R\|\vec{u}\|^2 \cos(\theta) \sin(\theta) + 2R\|\vec{n} \times \vec{u}\|^2 \sin(\theta) \cos(\theta) - 2R\vec{u} \cdot (\vec{n} \times \vec{u}) \sin^2(\theta) \\ &\quad + 2R\vec{u} \cdot (\vec{n} \times \vec{u}) \cos^2(\theta) - 2\vec{u} \cdot (\vec{c} - \vec{q}) \sin(\theta) + 2(\vec{n} \times \vec{u}) \cdot (\vec{c} - \vec{q}) \cos(\theta) \\ &= R \left[-\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{n} \times \vec{u}\|^2 \right] \sin(2\theta) + 2R\vec{u} \cdot (\vec{n} \times \vec{u}) \cos(2\theta) \\ &\quad - 2\vec{u} \cdot (\vec{c} - \vec{q}) \sin(\theta) + 2(\vec{n} \times \vec{u}) \cdot (\vec{c} - \vec{q}) \cos(\theta) \\ &= 0 \end{aligned}$$