

$\|x.y\|^2 = |\sum_{i=1}^n xiyi|^2 \leq |\sum_{i=1}^n xi|^2 \times \sum_{i=1}^n yi|^2 \leq \|x\|^2 \|y\|^2.$
 donc $\|x.y\| \leq \|x\| \times \|y\|$
 d'autre part
 $\|x\|^2 . \|y\|^2 = \sum_{i=1}^n |xi|^2 \sum_{i=1}^n |yi|^2 \leq \sum_{i=1}^n |xi.yi|^2 = \|x.y\|^2$
 donc $\|x\| . \|y\| \leq \|x.y\|$
 d'où l'égalité.
 Fima.