$$\cos(a+b)+\cos(a-b)=[\cos a\cos b-\sin a\sin b]+[\cos a\cos b+\sin a\sin b]$$

$$\cos(a+b)+\cos(a-b)=2\cos a\cos b$$

$$\cos a\cos b=\frac{1}{2}[\cos(a+b)+\cos(a-b)]$$

D'autre part :

$$\cos(a+b)-\cos(a-b)=[\cos a\cos b-\sin a\sin b]-[\cos a\cos b+\sin a\sin b]$$

$$\cos(a+b)-\cos(a-b)=-2\sin a\sin b$$

$$\sin a\sin b=-\frac{1}{2}[\cos(a+b)-\cos(a-b)]$$

$$\sin a\sin b=\frac{1}{2}[\cos(a+b)+\cos(a-b)]$$

Donc :

$$\cos a\cos b=\sin a\sin b$$