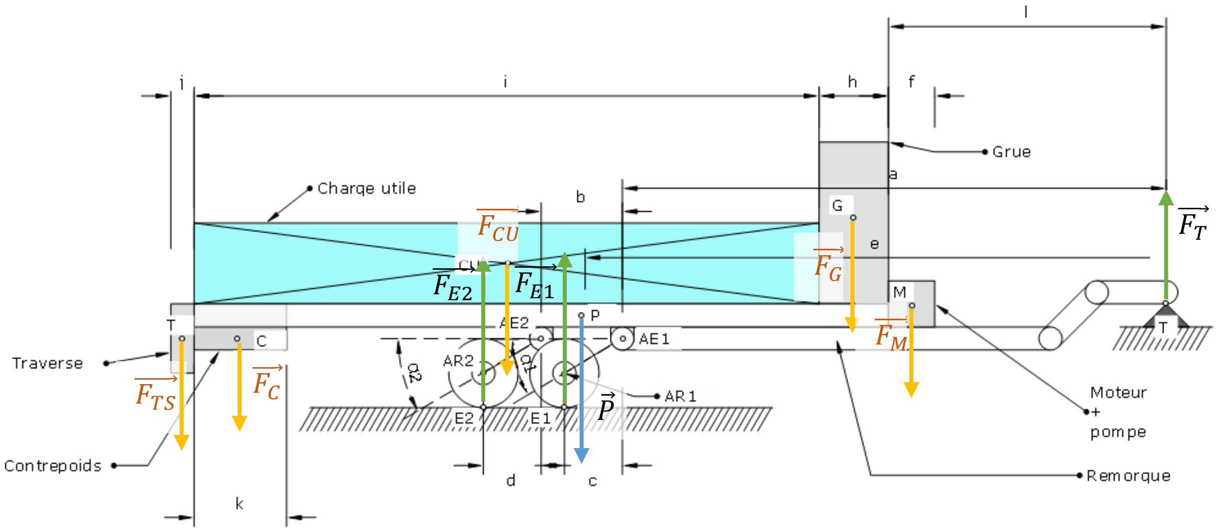
Modélisation :



Avec :

$\overrightarrow{F_{TS}} = -1962.\vec{y}$

$\overrightarrow{F_G} = -3875.\vec{y}$

$\overrightarrow{F_M} = -785.\vec{y}$

$\vec{P} = -17069.y$

j=100 mm

h=500 mm

l=1494 mm

e=4394 mm

f=500 mm

a+c=m

a+b+d=m+n

m=4173 mm

n=725 mm

k est inconnue mais pourrait être imposée

Pour simplifier les calculs, on choisira de calculer $\overrightarrow{F_C}$ en fin de plateau. Le calcul au point C sera fait plus tard en fonction des contraintes dues à la réalisation du contrepoids.

En P :

$$\overrightarrow{F_{TS}} \wedge \overrightarrow{PTS} + \overrightarrow{F_C} \wedge \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{F_{CU}} \wedge \overrightarrow{PCU} + \vec{P} \wedge \overrightarrow{PP} + \overrightarrow{F_G} \wedge \overrightarrow{PG} + \overrightarrow{F_M} \wedge \overrightarrow{PM} + \overrightarrow{F_T} \wedge \overrightarrow{PT} + \overrightarrow{F_{E1}} \wedge \overrightarrow{PE1} + \overrightarrow{F_{E2}} \wedge \overrightarrow{PE2} = \vec{0}$$

$$F_{TS}.\left(e-l-h-i-\frac{j}{2}\right).\vec{z} + F_C.(e-l-h-i).\vec{z} + F_{CU}.\left(e-l-h-\frac{i}{2}\right).\vec{z} + P.(0).\vec{z} + F_G.\left(e-l-\frac{h}{2}\right).\vec{z} + F_M.\left(e-l+\frac{f}{2}\right).\vec{z} + F_T.(e).\vec{z} + F_{E1}.(e-a-c).\vec{z} + F_{E2}.(e-a-c-d).\vec{z} = \vec{0}$$

$$F_{TS}.\left(e-l-h-i-\frac{j}{2}\right) + F_C.(e-l-h-i) + F_{CU}.\left(e-l-h-\frac{i}{2}\right) + F_G.\left(e-l-\frac{h}{2}\right) + F_M.\left(e-l+\frac{f}{2}\right) + F_T.(e) + F_{E1}.(e-a-c) + F_{E2}.(e-a-b-d) = 0$$

On sait que :

$$\sum_{i}^{n} \vec{F_i} = \vec{0}$$

Soit :

$$\overrightarrow{F_{TS}} + \overrightarrow{F_C} + \overrightarrow{F_{CU}} + \vec{P} + \overrightarrow{F_G} + \overrightarrow{F_M} + \overrightarrow{F_T} + \overrightarrow{F_{E1}} + \overrightarrow{F_{E2}} = \vec{0}$$

$$F_{TS}.\vec{y} + F_C.\vec{y} + F_{CU}.\vec{y} + P.\vec{y} + F_G.\vec{y} + F_M.\vec{y} + F_T.\vec{y} + F_{E1}.\vec{y} + F_{E2}.\vec{y} = \vec{0}$$

$$F_{TS} + F_C + F_{CU} + P + F_G + F_M + F_T + F_{E1} + F_{E2} = 0$$

$$F_{E1} = -F_{TS} - F_C - F_{CU} - P - F_G - F_M - F_T - F_{E2}$$

Donc :

$$\begin{aligned} F_{TS}.\left(e - l - h - i - \frac{j}{2}\right) - F_{TS}.(e - a - c) + F_C.(e - l - h - i) - F_C.(e - a - c) \\ + F_{CU}.\left(e - l - h - \frac{i}{2}\right) - F_{CU}.(e - a - c) - P.(e - a - c) + F_G.\left(e - l - \frac{h}{2}\right) \\ - F_G.(e - a - c) + F_M.\left(e - l + \frac{f}{2}\right) - F_M.(e - a - c) + F_T.(e) - F_T.(e - a - c) \\ + F_{E2}.(e - a - b - d) - F_{E2}.(e - a - c) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{TS}.\left(-l - h - i - \frac{j}{2} + a + c\right) + F_C.(-l - h - i + a + c) + F_{CU}.\left(-l - h - \frac{i}{2} + a + c\right) \\ + P.(-e + a + c) + F_G.\left(-l - \frac{h}{2} + a + c\right) + F_M.\left(-l + \frac{f}{2} + a + c\right) + F_T.(a + c) \\ + F_{E2}.(-a - b - d + a + c) = 0 \end{aligned}$$

En sachant que $a + b + d = m + n$ et que $a + c = m$, on en déduit l'équation 1 :

(1)
$$\begin{aligned} F_{TS}.\left(m - l - h - i - \frac{j}{2}\right) + F_C.(m - l - h - i) + F_{CU}.\left(m - l - h - \frac{i}{2}\right) + P.(m - e) \\ + F_G.\left(m - l - \frac{h}{2}\right) + F_M.\left(m - l + \frac{f}{2}\right) + F_T.(m) + F_{E2}.(n) = 0 \end{aligned}$$

En E1 :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{F_{TS}} \wedge \overrightarrow{E1TS} + \overrightarrow{F_C} \wedge \overrightarrow{E1C} + \overrightarrow{F_{CU}} \wedge \overrightarrow{E1CU} + \vec{P} \wedge \overrightarrow{E1P} + \overrightarrow{F_G} \wedge \overrightarrow{E1G} + \overrightarrow{F_M} \wedge \overrightarrow{E1M} + \overrightarrow{F_T} \wedge \overrightarrow{E1T} + \overrightarrow{F_{E1}} \\ \wedge \overrightarrow{E1E1} + \overrightarrow{F_{E2}} \wedge \overrightarrow{E1E2} = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{TS}.\left(a + c - l - h - i - \frac{j}{2}\right).\vec{z} + F_C.(a + c - l - h - i).\vec{z} + F_{CU}.\left(a + c - l - h - \frac{i}{2}\right).\vec{z} \\ + P.(a + c - e).\vec{z} + F_G.\left(a + c - l - \frac{h}{2}\right).\vec{z} + F_M.\left(a + c - l + \frac{f}{2}\right).\vec{z} \\ + F_T.(a + c).\vec{z} + F_{E1}.(0).\vec{z} + F_{E2}.(a + c - a - b - d).\vec{z} = \vec{0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{TS}.\left(a + c - l - h - i - \frac{j}{2}\right) + F_C.(a + c - l - h - i) + F_{CU}.\left(a + c - l - h - \frac{i}{2}\right) + P.(a + c - e) \\ + F_G.\left(a + c - l - \frac{h}{2}\right) + F_M.\left(a + c - l + \frac{f}{2}\right) + F_T.(a + c) \\ + F_{E2}.(a + c - a - b - d) = 0 \end{aligned}$$

Ou en sachant que $a + b + d = m + n$ et que $a + c = m$:

$$F_{TS}.\left(m-l-h-i-\frac{j}{2}\right)+F_C.(m-l-h-i)+F_{CU}.\left(m-l-h-\frac{i}{2}\right)+P.(m-e)$$
$$+F_G.\left(m-l-\frac{h}{2}\right)+F_M.\left(m-l+\frac{f}{2}\right)+F_T.(m)+F_{E2}.(-n)=0$$

$$n.F_{E2}=F_{TS}.\left(m-l-h-i-\frac{j}{2}\right)+F_C.(m-l-h-i)+F_{CU}.\left(m-l-h-\frac{i}{2}\right)+P.(m-e)$$
$$+F_G.\left(m-l-\frac{h}{2}\right)+F_M.\left(m-l+\frac{f}{2}\right)+F_T.(m)$$

En reprenant l'équation 1, on obtient l'équation 2 :

$$2.F_{TS}.\left(m-l-h-i-\frac{j}{2}\right)+2.F_C.(m-l-h-i)+2.F_{CU}.\left(m-l-h-\frac{i}{2}\right)+2.P.(m-e)$$
$$+2.F_G.\left(m-l-\frac{h}{2}\right)+2.F_M.\left(m-l+\frac{f}{2}\right)+2.F_T.(m)=0$$

(2)
$$F_T=-\frac{1}{m}.(F_{TS}.\left(m-l-h-i-\frac{j}{2}\right)+F_C.(m-l-h-i)+F_{CU}.\left(m-l-h-\frac{i}{2}\right)+P.(m-e)$$
$$+F_G.\left(m-l-\frac{h}{2}\right)+F_M.\left(m-l+\frac{f}{2}\right)$$

Cela nous permet d'écrire à vide l'équation 3 :

(3)
$$F_T=-\frac{1}{m}.(F_{TS}.\left(m-l-h-i-\frac{j}{2}\right)+F_C.(m-l-h-i)+P.(m-e)+F_G.\left(m-l-\frac{h}{2}\right)$$
$$+F_M.\left(m-l+\frac{f}{2}\right))$$

Et l'équation 4 en pleine charge, sachant qu'en pleine charge la somme des forces résultant des masses est de 24525 N :

$$\overrightarrow{F_{E1}}+\overrightarrow{F_{E2}}+\overrightarrow{F_T}=-\overrightarrow{F_{TS}}-\overrightarrow{F_C}-\overrightarrow{F_{CU}}-\vec{P}-\overrightarrow{F_G}-\overrightarrow{F_M}=24525.\vec{y}$$

Donc :

$$F_{CU}=-24525-F_{TS}-F_C-P-F_G-F_M$$

Ce qui nous permet de déduire l'équation 4 à partir de l'équation 2 :

$$F_T=-\frac{1}{m}.(F_{TS}.\left(m-l-h-i-\frac{j}{2}\right)-F_{TS}.(m-l-h-\frac{i}{2})+F_C.(m-l-h-i)-F_C.(m-l$$
$$-h-\frac{i}{2})+P.(m-e)-P.(m-l-h-\frac{i}{2})+F_G.\left(m-l-\frac{h}{2}\right)-F_G.(m-l-h$$
$$-\frac{i}{2})+F_M.\left(m-l+\frac{f}{2}\right)-F_M.(m-l-h-\frac{i}{2})-24525)$$

(4)
$$F_T=-\frac{1}{m}.(F_{TS}.\left(-\frac{i}{2}-\frac{j}{2}\right)+F_C.\left(-\frac{i}{2}\right)+P.\left(l+h-e+\frac{i}{2}\right)+F_G.\left(\frac{h}{2}+\frac{i}{2}\right)$$
$$+F_M.\left(\frac{f}{2}+h+\frac{i}{2}\right)-24525)$$

Avec valeurs numériques :

(3) $$F_T = -\frac{1}{4173}.(-1962*(4173-1494-500-i-50)+F_C*(4173-1494-500-i) \\ -17069*(4173-4394)-3875*(4173-1494-250)-785 \\ *(4173-1494+250))$$

$$F_T = -\frac{1}{4173}.(-4177098+1962*i+F_C*(2179-i)+3772249-9412375-2299265)$$

$$F_T = -\frac{1}{4173}.(1962*i+F_C*(2179-i)-12116489)$$

(3) $$F_T = -\frac{1962}{4173}*i+F_C*\frac{(2179-i)}{4173}-\frac{12116489}{4173})$$

(4) $$F_T = -\frac{1}{4173}*\left(-1962*\left(-\frac{i}{2}-50\right)-\frac{1}{2}*i*F_C-17069*\left(-2400+\frac{i}{2}\right)-3875*\left(250+\frac{i}{2}\right) \\ -785*\left(250+500+\frac{i}{2}\right)-24525\right)$$

$$F_T = -\frac{1}{4173}*\left(1962*\frac{i}{2}+98100-\frac{i}{2}*F_C+40965600-17069*\frac{i}{2}-968750-3875*\frac{i}{2} \\ -588750-785*\frac{i}{2}-24525\right)$$

$$F_T = -\frac{1}{4173}*\left(1962*\frac{i}{2}-\frac{i}{2}*F_C-17069*\frac{i}{2}-3875*\frac{i}{2}-785*\frac{i}{2}+39481675\right)$$

$$F_T = -\frac{1}{4173}*\left(\frac{i}{2}*(1962-F_C-17069-3875-785)+39481675\right)$$

$$F_T = -\frac{1}{4173}*\left(\frac{i}{2}*(19767-F_C)+39481675\right)$$

(4) $$F_T = -\frac{i}{8346}(19767-F_C)-\frac{39481675}{4173}$$

Soit :

$$\begin{cases} F_T = -\frac{1962}{4173}*i+F_C*\frac{(2179-i)}{4173}-\frac{12116489}{4173}) & (3) \\ F_T = -\frac{i}{8346}(19767-F_C)-\frac{39481675}{4173} & (4) \end{cases}$$

Dans les deux cas, on devra avoir $196 \leq \overrightarrow{F_T} \leq 490$

$$\begin{cases} 196 \leq -\frac{1962}{4173}*i+F_C*\frac{(2179-i)}{4173}-\frac{12116489}{4173}) \leq 490 & (3) \\ 196 \leq -\frac{i}{8346}(19767-F_C)-\frac{39481675}{4173} \leq 490 & (4) \end{cases}$$