

DM PTSI 1

Pour le jeudi 8 novembre

EXERCICE 1 :

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation d'inconnue $z : (z^2 + 3z - 2)^2 + (2z^2 - 3z + 2)^2 = 0$

EXERCICE 2 :

Soit $\lambda \in \mathbb{C}$ et soit un réel $\theta \in [0, \pi]$

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation d'inconnue $z :$

$$z^4 + 2\lambda^2 z^2 (1 + \cos \theta) \cos \theta + \lambda^4 (1 + \cos \theta)^2 = 0$$

On note z_1, z_2, z_3 et z_4 les solutions de cette équation

2) Calculer, suivant la parité de l'entier naturel n , $\sum_{k=1}^4 z_k^n$ en fonction de λ, θ et n

EXERCICE 3 :

Soit n un entier naturel strictement supérieur à 1 et a un réel élément de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation d'inconnue $z : \left(\frac{1-iz}{1+iz}\right)^n = \frac{1-i \tan a}{1+i \tan a}$

EXERCICE 4 :

Le plan complexe est muni d'un repère ortho normal direct (O, \vec{u}, \vec{v})

On désigne par A le point d'affixe $z_A = 1$

Pour tout nombre complexe z tel que $z \neq 1$, on considère les points M et M' d'affixes respectives z et z' où $z' = 1 + z^2$

1) Pour $z \neq 0$ et $z \neq 1$, donner, à l'aide des points A, M, M' , une interprétation

géométrique d'un argument du nombre complexe $\frac{z'-1}{z-1}$

2) En déduire que A, M, M' sont alignés **si et seulement si** $\frac{z^2}{z-1}$ est un réel