De là, nous obtenons la table d'intégrales :

$$\int \operatorname{sh} x \, dx = \operatorname{ch} x + C,$$

$$\int \operatorname{ch} x \, dx = \operatorname{sh} x + C,$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x + C,$$

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x + C.$$

L'appellation elle-même de « fonctions hyperboliques » tient à ce

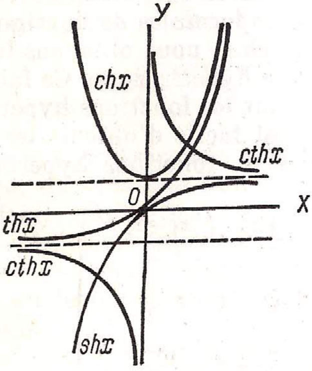

Fig. 171

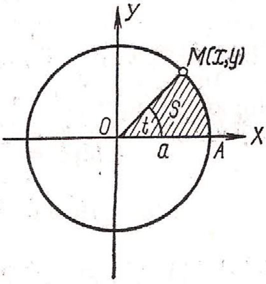

Fig. 172

que les fonctions ch t et sh t jouent, dans la représentation paramétrique de l'hyperbole équilatère

$$x^2 - y^2 = a^2,$$

le même rôle que les fonctions $\cos t$ et $\sin t$ pour le cercle

$$x^2 + y^2 = a^2.$$

La représentation paramétrique du cercle est :

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t,$$

et, pour une hyperbole équilatère,

$$x = a \operatorname{ch} t, \quad y = a \operatorname{sh} t,$$

comme il est facile de le constater à l'aide de la relation :

$$\operatorname{ch}^2 t - \operatorname{sh}^2 t = 1.$$

La signification géometrique du paramètre t dans les deux cas, pour le cercle et pour l'hyperbole, est identique. Si nous désignons par S l'aire du secteur AOM (fig. 172) et par S_0 l'aire du cercle