

## Proposition sur la conjecture de Syracuse

### Définitions et vocabulaire :

**2p + 1** : un impair quelconque

**MOD** : Modulo

**C** : Successeur dont le modulo 8 est 5

**C13** : 13MOD16, 3 divisions pour obtenir le successeur impair

**C5** : 5MOD16, 4 divisions OU PLUS

**Pdc** : prédécesseur d'un successeur

**C\_Pdc** : C prédécesseur du C suivant

**C\_Suc** : C suivant le C\_Pdc

**BLOC** : suite de successeurs depuis successeur impair de C\_Pdc jusqu'à C\_Suc

**BLOC P** : bloc croissant dont  $C\_Suc > C\_Pdc$

**BLOC M** : bloc décroissant dont  $C\_Suc < C\_Pdc$

**TDB** : premier successeur impair de C\_Pdc, Tête de BLOC de C\_Suc

**TDB PNF** : TDB Partiellement Non Favorable

\*\*\*\*\*

### Organigramme et modules des successeurs

Le successeur impair d'un nombre peut être caractérisé par son modulo.

Le modulo du successeur dépend du modulo du Pdc : par ex. 3 MOD 16 a pour successeur 5 MOD 8 (C).

Un organigramme permet de prévoir les modules des successeurs.

**ANNEXE 1 : Organigramme (image et texte)**

Les successeurs passent et repassent par différents modules de l'organigramme avant d'arriver à un successeur C.

Le successeur impair de C\_Pdc (TDB de C\_Suc) est le début d'un nouveau cheminement dans l'organigramme jusqu'au C\_Suc .

Les successeurs depuis C\_Pdc jusqu'à C\_Suc forment un **BLOC**.

L'ensemble des successeurs d'un nombre forme une **suite de BLOCS**.

**Suite\_de\_blocs.PDF** affiche le modulo de chaque successeur d'un nombre, en accord avec l'organigramme.

### BLOCS Moins et BLOCS Plus

Un BLOC M est un bloc dont  $C\_Suc < C\_Pdc$

Un BLOC P est un bloc dont  $C\_Suc > C\_Pdc$

En appliquant la formule sur une suite  $8p + 5$  ( $p = 0, 1, 2, \dots$ ) et en comparant  $C\_Suc$  et  $C\_Pdc$ , on constate une fréquence de BLOCS M de 86%.

(Vingt\_mille\_8p\_plus\_5.xls)

**Il est possible de démontrer ici une fréquence théorique de BLOCS M de 68 % pour l'ensemble des impairs.**

### TDB générateur de P ou M

Certains modulus de TDB décident de M à coup sûr et d'autres ont une majorité de P mais aussi une part de M.

Les modulus de TDB qui décident de M sont ceux rapidement suivis de C car ils profitent du nombre élevé de divisions du successeur de  $C\_Pdc$  et du nombre réduit de multiplications par  $3 + 1$ .

Ces modulus de TDB favorables sont :

3 MOD 16, 23 MOD 32, 11 MOD 64, 17 MOD 32, 25 MOD 64.

Quand la TDB est elle-même « C », c'est évidemment un cas très favorable. (obligatoirement plus petite que  $C\_Pdc$ )

### Périodicité 512

Dans une majorité de cas, le C augmenté d'un multiple de 512 a le **même modulo de successeur impair**.

Nous retenons cette périodicité pour mesurer les fréquences de TDB favorables sur les 64 premiers « C » même si quelques éléments ont une périodicité différente car il en sera tenu compte.

Par ex. 29 et 245 ont tout deux un modulo de successeur favorable : 11MOD64 et 23MOD32. (64\_C\_MOD\_512.PDF)

Les éléments d'une suite  $512p + 29$  ( $p = 0, 1, 2, 3, \text{etc.}$ ) ont tous un premier successeur 11 MOD 64. (100% TDB favorable)

Mais sur 100 éléments d'une suite  $512p + 245$ , seulement 50 ont un premier successeur 23 MOD 32. (50% TDB favorable)

Par sa propre périodicité,  $1024p + 245$  a 100% de TDB favorables **mais nous n'en retenons que 50 en MOD 512.**

### TDB générant un BLOC M pour les 64 C de référence

On prend pour référence les 64 premiers C : 5, 13, 21, etc.

(ANNEXE 2 : Cas des C multiple de 3)

On multiplie chacun par 3 (+ 1) et on divise le résultat par 2 tant que c'est pair pour avoir le **modulo du premier successeur** (TDB).

Un tri sur le modulo de la TDB permet de constater que 40 C sur 64 ont un modulo de premier successeur favorable à la génération d'un BLOC M. Pour 100 éléments de chacun des 40 C, soit  $512p + C$  avec  $p = 0, 1, 2 \dots 99$ , le premier successeur impair est favorable 3500 fois sur 4000 ( $40 \times 100$ ) soit 87.5 % de 40 = **35 en moyenne sur 40**.

[\(64\\_C\\_MOD\\_512.PDF\)](#)

*Un dossier 512p\_plus\_C contient un fichier de vérification pour chaque résultat.*

Pour les éléments qui ont strictement une périodicité 512, on obtient 100% TDB générant un BLOC M.

Pour certains éléments dont la périodicité est différente, on obtient moins de TDB mais toujours le même nombre quel que soit le multiple de 512 : la taille des nombres ne modifie pas les pourcentages : 25% pour  $512p+117$  quel que soit p. [\(512p\\_plus\\_117.PDF\)](#)

C'est une moyenne à minima :  $512p+117$  n'a que 25% de TDB favorables mais ne génère que 4 ou 5% de BLOCS P. ([Blocs\\_P\\_117.xls](#))

**ANNEXE 3 : Proportions théoriques et réelles**

Les TDB PNF des 24 autres (Partiellement Non Favorables) génèrent aussi une part de BLOCS M.

Cette part, ajoutée aux 35 des 40, nous donne le nombre de TDB favorables sur 64. (pour l'ensemble des impairs du fait de la périodicité)

Pour connaître la fréquence théorique du successeur favorable des 24 PNF, on applique la formule sur les suites de modulus non favorables des 64 C de référence.

## **24 TDB PNF générant un BLOC M**

Dans la partie triée des 64 C de référence, on voit les TDB PNF en noir :  
1MOD32, 11MOD32, 27MOD32, 41 et 57 MOD64, 7MOD32, 9MOD64,  
15MOD16

Il faut donc calculer la fréquence théorique du successeur favorable de chacun de ces cas sauf 41MOD64 et 15MOD16.

En effet, 41MOD64 est toujours suivi de 15MOD16 ([Succ\\_41MOD64.PDF](#))

et 15MOD16 est toujours suivi de 7MOD16 ([S\\_15.PDF](#)).

Donc le cas de 15MOD16 est ramené au cas de 7MOD32, cas Partiellement Non Favorable de 7MOD16. (le favorable étant 23MOD32)

Pourcentage du successeur favorable des 24 TDB PNF :

*(Un dossier TDB PNF contient un fichier de vérification pour chaque résultat)*

7MOD32 :	25
11MOD32 :	50
1MOD32 :	38

27MOD32 :	25
9MOD64 :	50
57MOD64 :	25

Total : 213 pour 600 soit 35.5 % de 24 soit **8.52 TDB favorables** sur 24 TDB PNF en moyenne.

### **Récapitulatif pour les 64 C de référence**

Au total pour les 64 C de référence étendus à l'ensemble des impairs par les périodicités, nous obtenons 35 TDB favorables sur 40 C MOD 512 et 8.52 TDB favorables sur 24 TDB PNF.

**35 + 8.52 = 43.52 sur 64 soit une fréquence théorique de BLOCS M de 68 %**

### **Conclusion**

Dans une suite de successeurs, les BLOCS sont parfois croissants sans discontinuer avant de rencontrer un ou plusieurs BLOCS décroissants.

Il est impossible de prévoir l'ordre de succession des blocs.

Nous avons démontré une probabilité théorique de 68 % des fréquences de BLOCS décroissants.

**Comme les BLOCS se succèdent indéfiniment  
tant qu'une boucle 1, 4, 2, 1 n'est pas atteinte,  
comme la loi des grands nombres permet d'affirmer que  
les fréquences se rapprochent des probabilités théoriques,  
cette boucle sera forcément atteinte.**

## **ANNEXE 1 :**

### **Organigramme des successeurs**

#### **Définitions**



Nous représentons l'entrée dans l'organigramme par le successeur unique de nombres dont le modulo est  $15 \text{ MOD } 16$  ( $S_{15}$ )

Les  $S_{15}$  forment des suites plus ou moins longues dont le successeur est **7 MOD 16**. ([S\\_15.PDF](#))

$7 \text{ MOD } 16$  peut être  $23 \text{ MOD } 32$  ou  $7 \text{ MOD } 32$ . Le modulo du successeur des éléments d'une suite  $32p+15$  ( $p = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) est alternativement  $23 \text{ MOD } 32$  et  $7 \text{ MOD } 32$ .

$23 \text{ MOD } 32$  est suivi de  $3 \text{ MOD } 16$  et  $C$  ( $5 \text{ MOD } 8$ )

« **C** » est le début d'une nouvelle suite de successeurs.

Les successeurs de  $C\_Pdc$  jusqu'à  $C\_Suc$  forment un **BLOC**.

Les successeurs d'un nombre forment une **suite de BLOCS**.

L'exemple avec Excel affiche le modulo de chaque successeur en accord avec l'organigramme. ([Suite de blocs.PDF](#))

Si le successeur  $7 \text{ MOD } 16$  est  $7 \text{ MOD } 32$  (au lieu de  $23 \text{ MOD } 32$ ), le successeur est  $11 \text{ MOD } 16$

qui peut être  $11 \text{ MOD } 32$ ,  $27 \text{ MOD } 32$  ou  $11 \text{ MOD } 64$

$27 \text{ MOD } 32$  est suivi de  $9 \text{ MOD } 16$  qui retourne à  $15 \text{ MOD } 16$ ,  $11 \text{ MOD } 16$ ,  $7 \text{ MOD } 16$  ou  $C$ .

$11 \text{ MOD } 32$  génère une Suite  $U$  comme  $41 \text{ MOD } 64$  génère une suite  $S_{15}$ .

Les Suites  $U$  forment des suites plus ou moins longues dont le successeur final est  $C$  ou  $9 \text{ MOD } 16$  ([Suites\\_U.PDF](#))

$11 \text{ MOD } 64$  est suivi de  $17 \text{ MOD } 32$  et  $C$ .

Le retour à  $15 \text{ MOD } 16$ ,  $7 \text{ MOD } 16$  et  $11 \text{ MOD } 16$  se fait toujours par  $9 \text{ MOD } 16$ .

**Le successeur de C (TDB) est le début d'un nouveau cheminement dans l'organigramme jusqu'au C suivant.**

Les successeurs cheminent plus ou moins longtemps dans l'organigramme avant d'être  $C$ .

Le premier successeur impair de  $C\_Pdc$  est la TDB de  $C\_Suc$ .

Le modulo de la TDB peut être n'importe lequel des modulus de l'organigramme y compris  $C$ .

Si  $C\_Suc > C\_Pdc$  (BLOCS P) les blocs se suivent indéfiniment.

Pour que les blocs aboutissent à la boucle 1, 4, 2, 1, il faut une dominance des  $C\_Suc < C\_Pdc$  (BLOCS M)

Donc il faut des TDB suivies très rapidement d'un  $C\_Suc$  pour profiter du nombre élevé de divisions du successeur de  $C\_Pdc$  et du nombre réduit de multiplications par 3.

(TDB favorables : 3 MOD 16, 23 MOD 32, 17 MOD 32, 25 MOD 64, 11 MOD 64)  
Quand la TDB est elle-même « C », c'est évidemment un cas très favorable  
(obligatoirement plus petite que C\_Pdc)

Les BLOCS sont de 2 sortes : ceux qui ont une TDB qui génère forcément un  
BLOC M et ceux dont la TDB ne génère qu'une part de BLOCS M. (TDB PNF :  
Partiellement Non Favorable)

**On démontre que la fréquence théorique des BLOCS M est largement  
supérieure à celle des BLOCS P.**

\*\*\*\*\*

## **ANNEXE 2**

### **C multiple de 3 ( $8p+5$ qui est aussi $6k+3$ )**

*Un  $8p+5$  qui est aussi  $6k+3$  ne peut exister dans une suite de  
successeurs mais la formule Syracuse peut être appliquée sur un  $8p+5$   
qui est aussi  $6k+3$ .*

D'autre part, sachant que  $8p+5$  et  $2p+1$  ont le même successeur  
 $6p+4$ , dans une suite  $8p+5$ , le premier successeur impair de chaque  
élément est celui de 2 nombres,  $8p+5$  et  $2p+1$  ; or chaque successeur  
impair est  $2p+1$ . Donc le successeur impair de tout  $2p+1$  est aussi  
celui du  $8p+5$  correspondant.

Quand on applique la formule Syracuse sur 389 ( $2p+1$ ) ou « p » vaut  
194, le successeur impair de 389 est aussi celui de  $(8 \times 194) + 5 = 1557$   
qui est un  $512k+21$  ( $k = 3$ ) et un  $6q+3$  ( $q = 259$ ) : successeur 73 pour  
1557 et 389.

## **ANNEXE 3**

### **Proportions théoriques et réelles**

La proportion théorique démontrée est inférieure à la réalité car il y a  
les cas, dont il n'est pas tenu compte dans les calculs de proportions  
théoriques, où une TDB Non Favorable est issue d'un nombre de

divisions important (5 ou plus) : les successeurs suivants jusqu'au C\_Suc peuvent croître sans devenir plus grands que le C\_Pdc.

Par ex. quelques cas de  $512p+117$

<p><b>1141</b> C_Pdc</p> <p><b>107</b> <b>11 mod 32</b></p> <p>161 1 mod 16</p> <p>121 57 mod 64</p> <p>91 27 mod 32</p> <p>137 9 mod 64</p> <p>103 7 mod 32</p> <p>155 27 mod 32</p> <p>233 41 mod 64</p> <p>175 15 mod 16</p> <p>263 7 mod 32</p> <p>395 11 mod 64</p> <p>593 17 mod 32</p> <p>445 C_Suc</p>	<p><b>1653</b> C_Pdc</p> <p><b>155</b> <b>27 mod 32</b></p> <p>233 41 mod 64</p> <p>175 15 mod 16</p> <p>263 7 mod 32</p> <p>395 11 mod 64</p> <p>593 17 mod 32</p> <p>445 C_Suc</p>	<p><b>2677</b> C_Pdc</p> <p><b>251</b> <b>27 mod 32</b></p> <p>377 57 mod 64</p> <p>283 27 mod 32</p> <p>425 41 mod 64</p> <p>319 15 mod 16</p> <p>479 15 mod 16</p> <p>719 15 mod 16</p> <p>1079 23 mod 32</p> <p>1619 3 mod 16</p> <p>2429 C_Suc</p>
--	--	--

Il y a d'autres cas dont il n'est pas tenu compte tel qu'une série très favorable à l'intérieur d'un bloc faisant suite à des successeurs non favorables.