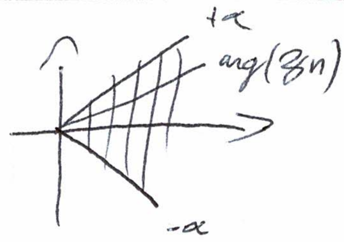
Soit $\sum_{n\geq 0} z_n$ une série à terme dans $\mathbb{C}^*$ <u>convergente</u>

$\exists \alpha \in [0;\frac{\pi}{2}[\mid \forall n\in\mathbb{N}, |\arg(z_n)| \leq \alpha$

Mq $\sum |z_n|$ converge

Corrigé du Bouquin : $z_n = x_n + i y_n$



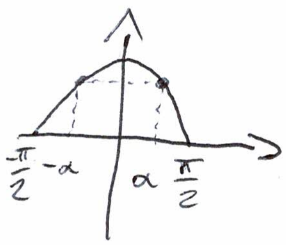
$\forall n\in\mathbb{N}, \begin{cases} x_n > 0 \\ |y_n| \leq x_n \tan\alpha \end{cases}$

$\sum z_n$ CV $\Rightarrow \sum x_n$ CV $\Rightarrow \sum |y_n|$ CV

et comme $\forall n\in\mathbb{N}$, $|z_n| = \sqrt{x_n^2+y_n^2} \leq x_n + |y_n|$ $\left(\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$

$\Rightarrow \sum |z_n|$ CV

Ma solution plus simple : $-\frac{\pi}{2} < -\alpha \leq \arg(z_n) \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$



donc $\cos(\arg(z_n)) \geq \cos\alpha$

or $\sum \mathrm{Re}(z_n)$ CV (car $\sum z_n$ CV)

$\Rightarrow \sum |z_n| \underbrace{\cos(\arg z_n)}_{\geq 0}$ CV

or $\sum |z_n| \cos\arg(z_n) \geq \sum |z_n| \overbrace{\cos\alpha}^{\geq 0}$ par théorème de majoration de série à termes dans $\mathbb{R}^+$

donc $\cos\alpha \sum |z_n|$ CV

donc $\sum |z_n|$ CV

C'est comme si je n'avais pas besoin de parler de la convergence de la série des parties imaginaires de z_n.

Ce qui semble bizarre.