

Définition 15.25. On dit que la suite $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge en loi vers une variable aléatoire X si, en tout point de continuité x de la fonction de répartition F_X , on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} F_n(x) = F_X(x)$, soit $\lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(X_n \leq x) = \mathbb{P}(X \leq x)$.

La convergence en loi est une notion relative aux lois des variables aléatoires, mais pas à la convergence de la suite des variables aléatoires $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$. La convergence simple de la suite $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de variables aléatoires n'entraîne pas la convergence en loi. Par exemple la suite $(X_n)_{n \in \mathbb{N}} = \left(\frac{1}{n+1} \mathbf{1}_\Omega \right)_{n \in \mathbb{N}}$ converge simplement vers $X = 0$ avec $F_n(0) = 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $F_X(0) = 1$.

La convergence en loi de $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ vers X et Y respectivement n'en-