

Le billet du jeu "qui veut gagner un million", vendu 10 euros, comporte 36 cases à gratter disposé en carré de 6x6, 6 contiennent le nombre "10", 9 le nombre "1" et les 21 autres le nombre "0".

Le joueur peut gratter les cases de son choix, et autant de cases qu'il veut. Lorsqu'il décide de s'arrêter, il multiplie entre eux les nombres découverts (y compris malheureusement les éventuels "0") et gagne, en euros, le résultat obtenu. On suppose que tous les joueurs adoptent la stratégie optimale.

Statistiquement, quelle proportion des sommes jouées sera-t-elle reversée aux joueurs? La réponse sera donnée en %, éventuellement arrondie au dixième.

Je ne demande pas la solution, loin de là, mais des choses qui pourraient me guider pour obtenir la solution.

Merci d'avance,
Gunthar

Proposition de solution (Suite et Correction)

Pour commencer, modélisons le problème :

Soit N la population des joueurs réels

La recette totale du jeu est le total des sommes jouées ST_j et on a $ST_j = 10 \cdot N$ euros

Soit ST_r le total des sommes reversées aux joueurs gagnants.

Soit n le nombre de gagnants à l'issue du jeu

On note S_i la somme gagnée par le joueur i avec $i = \{1, 2, \dots, N\}$

$S_i \in \{0, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000\}$

$$ST_r = \sum_{i=1}^N S_i$$

Si on note $D = \{i / S_i > 0\}$ on a $ST_r = \sum_{i=1}^N S_i = \sum_{i \in D} S_i$

Si on note P la proportion que nous recherchons, on aura $P = \frac{ST_r}{ST_j} = \frac{\sum_{i=1}^N S_i}{10N} \Leftrightarrow 10P = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N S_i$

Arrivé, à ce niveau il se pose le problème de la loi que suit S_i . En effet, la valeur de S_i est *a priori* et *a posteriori* aléatoire et sa loi de probabilité dépend aussi de la définition que vous donnerez d'« une stratégie optimale ».

D'un autre côté N étant inconnue, P est le rapport de la loi de S_i et N .

La connaissance de la loi de S_i et N , permettra d'évaluer l'espérance mathématique de P qui est à mon entendement une bonne estimation du problème.

Pour trouver la loi de S_i il faut successivement calculer:

$$\begin{aligned} &Pr(S_i = 0) \\ &Pr(S_i = 1) \\ &Pr(S_i = 10) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &Pr(S_i = 1000000) \end{aligned}$$

On peut supposer N fixe mais juste inconnue. Comme exemple N peut être l'effectif de la population française. Cela nous permet d'isoler la possibilité que N puisse prendre indépendamment plusieurs valeurs dans un ensemble de plusieurs alternatives. N n'est pas aléatoire; mais juste inconnue.

Ainsi on a

$$\begin{aligned} E(P) &= E\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i\right) = \frac{E\left(\sum_{i=1}^N S_i\right)}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N E(S_i)}{N} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N \bar{S}}{N} = \frac{N \times \bar{S}}{N} = \bar{S} \end{aligned}$$

$$E(P) = \bar{S} \quad \text{avec} \quad \bar{S} = E(S_i) = 0 \times Pr(S_i = 0) + 1 \times Pr(S_i = 1) + 10 \times Pr(S_i = 10) + \dots + 10^6 \times Pr(S_i = 10^6)$$

$$\bar{S} = Pr(S_i = 1) + 10 Pr(S_i = 10) + \dots + 10^6 \times Pr(S_i = 10^6)$$

Tout ce qu'il reste à faire c'est de faire les calculs des $Pr(S_i)$

Du courage !