GENERALISATION DES FORMULES DE HERON ET DE BRAHMAGUPTA ?

Soit $\mathbf{P}_n$ un polygone convexe inscriptible de n côtés a_i et p son demi périmètre, son aire $\mathbf{S}_n$ est donnée par :

$$\mathbf{S}_n = \sqrt{\frac{\prod_{i=1}^{n}(p-a_i)}{p^{n-4}}}$$

Avec :

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_i}{2}$$

Pour $n = 3$, on retrouve la formule de Héron :

$$\mathbf{S}_3 = \sqrt{p(p-a_1)(p-a_2)(p-a_3)}$$

Pour $n = 4$, on retrouve la formule de Brahmagupta :

$$\mathbf{S}_4 = \sqrt{(p-a_1)(p-a_2)(p-a_3)(p-a_4)}$$

En égalant a_4 à 0, on retrouve la formule de Héron.

Pour $n = 5$, on obtient :

$$\mathbf{S}_5 = \sqrt{\frac{(p-a_1)(p-a_2)(p-a_3)(p-a_4)(p-a_5)}{p}}$$

En égalant a_5 à 0, on retrouve la formule de Brahmagupta.

Pour $n = 6$, on obtient :

$$\mathbf{S}_6 = \sqrt{\frac{(p-a_1)(p-a_2)(p-a_3)(p-a_4)(p-a_5)(p-a_6)}{p^2}}$$

En égalant a_6 à 0, on retrouve la formule précédente.

Et ainsi de suite… mais…