La diffusion de la nicotine dans le corps humain peut se schématiser grâce à ce modèle à compartiment.

Figure 1

$$\boxed{\text{Poumons}} \xrightarrow{ax(t)} \boxed{\text{Sang}} \xrightarrow{bv(t)} \boxed{\text{Organes}}$$

a et b étant respectivement le taux d'entrée et le taux de sortie de la nicotine dans le sang.

x(t) et y(t) correspondent à des concentrations en nicotine.

Première équa diff : diffusion de la nicotine dans les poumons

$$\frac{dx(t)}{dt} = -ax(t)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dx(t)}{x(t)} = -adt$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{dx(t)}{x(t)} = \int -adt \Leftrightarrow \ln|x(t)| = -at + C \qquad (C = constante)$$

Ce qui nous permet de trouver la solution :

$$x(t) = e^{-at} e^{C} = \lambda e^{-at} \quad (\lambda = e^{C} = concentration\ en\ nicotine\ dans\ les\ poumons\ \text{à}\ t = 0)$$

$$x(0) = \lambda$$

Deuxième Equa diff : diffusion dans le sang

$$(2)\ \frac{dy(t)}{dt} = ax(t) - by(t)$$

<u>Résolution SSM</u>

$$\frac{dy(t)}{dt} = -by(t)\ avec\ ax(t) = \ a\lambda e^{-at} = 0$$

La solution est

$$y_0(t) = \mu e^{-bt}$$

Résolution ASM avec variation de la constante

Si on pose

$$\varphi(\mathrm{t}) = y_0(t) \times \mu(t)\ solution\ de\ l'équation\ (2)$$

D'où :

$$y_0^{'}(t) \times \mu(t) + y_0(t) \times \mu^{'}(t) + by_0(t)\mu(t) = ax(t)$$

$$\mu e^{-bt} \times \mu^{'}(t) + \mu(t)[y_0^{'}(t) + by_0(t)] = a\lambda e^{-at}$$

D'où

$$\mu^{'}(t) = \frac{\lambda a}{\mu} e^{t(b-a)}$$

Et on retrouve donc $\varphi(\mathrm{t})$ après avoir intégré $\mu^{'}(t)$

$$\varphi(\mathrm{t}) = \mu e^{-bt} \times \frac{\lambda a}{\mu(b-a)} e^{t(b-a)} = \frac{\lambda a}{(b-a)} e^{-at}$$

La solution finale de l'équation est :

$$\varphi(\mathrm{t}) + y_0(t) = \frac{\lambda a}{(b-a)} e^{-at} + \mu e^{-bt}$$

La question est de trouver les constantes dans les 2 équations.

λ est connu d'après les expériences réalisées (voir plus bas)

a se trouve en linéarisant la solution de x(t)

$$x(t) = \lambda e^{-at}$$

$$\ln\big(x(t)\big) = \ln(\lambda e^{-at})$$

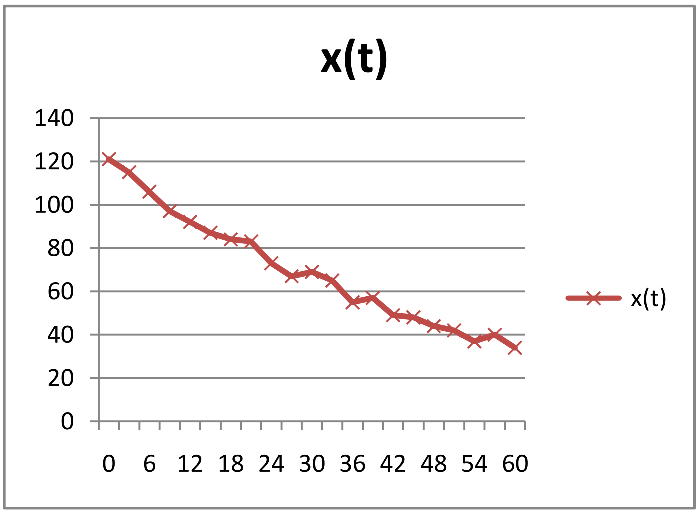
$$\ln\big(x(t)\big) = \ln(\lambda) - at$$

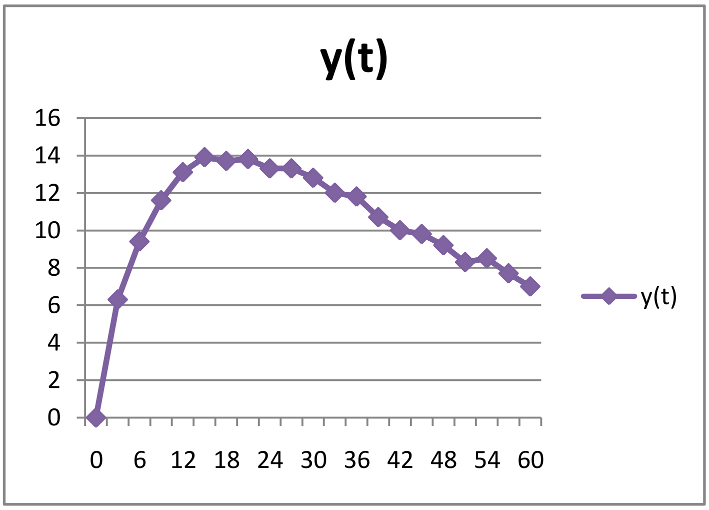
Et représente le le coeff directeur.

Et mon problème si situe dans la détermination de b et μ.

Pour l'exemple j'ai pris un le tabac FC4 qui donne ces résultats avec x(t) la nicotine dans l'air expiré et y(t) la nicotine dans le sang.

T (min)	x(t)	y(t)
0	121	0.0
3	115	6.3
6	106	9.4
9	97	11.6
12	92	13.1
15	87	13.9
18	84	13.7
21	83	13.8
24	73	13.3
27	67	13.3
30	69	12.8
33	65	12.0
36	55	11.8
39	57	10.7
42	49	10.0
45	48	9.8
48	44	9.2
51	42	8.3
54	37	8.5
57	40	7.7
60	34	7.0





$$a = \frac{\ln[x(42)] - \ln[x(0)]}{42} \cong 0.02$$

$$\lambda = 121 = x(0)$$

J'ai tenté de trouver les 2 constantes restantes par un système d'équations avec y(0) et y(42)

$$\begin{cases} \dfrac{\lambda a}{(b-a)} + \mu \ = 0 \ (1) \\ \dfrac{\lambda a}{(b-a)} e^{-42a} + \mu e^{-42b} = 10 \ (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\lambda a}{(b-a)} + \mu \ = 0 \ (1) \\ \dfrac{\lambda a}{(b-a)} + \dfrac{\mu e^{-42b}}{e^{-42a}} = \dfrac{10}{e^{-42a}} \ (2) \end{cases}$$

Et en faisant (2)-(1), on a :

$$\frac{\mu e^{-42b}}{e^{-42a}} - \mu = \frac{10}{e^{-42a}}$$

D'où

$$e^{-42b} = \frac{10}{\mu} + e^{-42a}$$

En remplaçant ensuite dans l'équation 2, on retrouve l'équation (1) ce qui nous arrange pas.

Spontanément, je ne vois pas d'autres solutions… A moins que μ soit la valeur maximum de y(t) qui correspond au moment où dans l'expérience, la cigarette est « terminée » et n'apporte donc plus de nicotine donc la partie concernant x(t) est nulle (???)