Génie industriel – MECAVENIR	Module M32b	février 2010

Chaque étudiant devra envoyer son devoir par email ***<u>avec accusé de réception</u>*** au plus tard le lundi 22 février 08h30 à l'adresse suivante : tony.dasilva@supmeca.fr

Le sujet est constitué de 2 parties indépendantes

Première partie : étude d'un treillis plan par la méthode des éléments finis

On s'intéresse à la structure en treillis schématisée sur la Figure 1. Il est constitué de 5 barres, numérotées ① à ⑤. La barre ① à une longueur L_1 et les autres barres sont toutes de longueur identique L_2. Les barres ① et ④ ont un module d'Young E_1 et les autres barres un module d'Young E_2. Toutes les barres ont une section S_1 sauf la barre ⑤, qui a une section S_2.

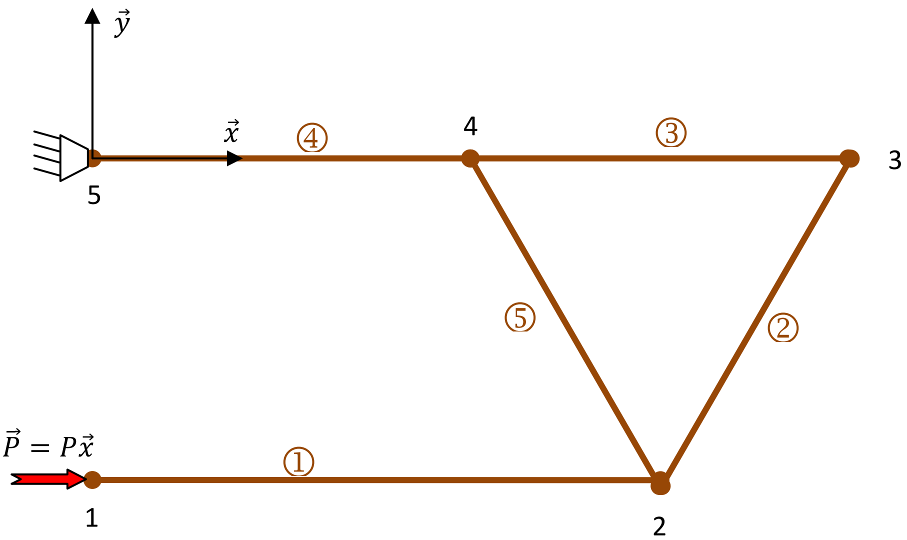
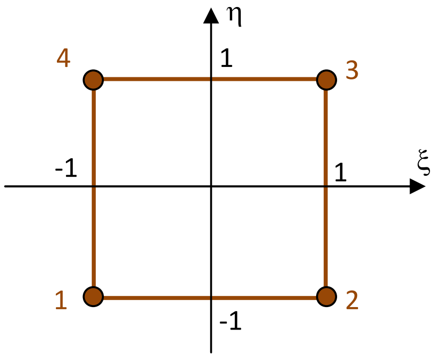


Figure 1: Représentation du treillis étudié

1. Rappeler la définition d'un treillis et les hypothèses de modélisation retenues.
2. Donner le nombre de degrés de liberté (ddl) par nœud. Quels sont-ils ?
3. En déduire le nombre de ddl total du problème (sans considérer les conditions aux limites).
4. Donner la taille de la matrice de raideur d'une barre individuelle.
5. Donner la taille de la matrice de raideur globale du problème.
6. Ecrire les tables de coordonnées et de connectivités pour ce problème.
7. Rappeler l'expression générale et donner pour chaque barre du treillis la matrice de raideur élémentaire.
8. Construire la matrice de raideur globale du problème.
9. Construire le vecteur second membre (vecteur efforts).
10. Choisir une méthode de prise en compte des conditions aux limites en déplacement et l'appliquer.

Deuxième partie : calculs sur un élément quadrangulaire linéaire.

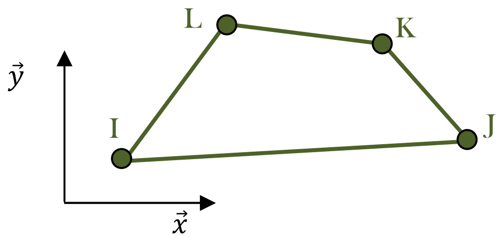


$$\begin{cases} N_1(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \\ N_2(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \\ N_3(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \\ N_1(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \end{cases}$$

Figure 2: espace de référence de l'élément quadrangulaire linéaire

1. Rappeler la définition du terme « quadrangulaire linéaire » et donner le nom abrégé généralement utilisé pour désigner ce type d'éléments.
2. Rappeler la définition et les propriétés des fonctions d'interpolation N_i.
3. Calculer la matrice Jacobienne de cet élément

L'élément représenté Figure 2 est l'élément de référence de l'élément réel suivant :



Nœud	Coord X (mm)	Coord Y (mm)
I	12	100
J	22	102
K	18	106
L	13	104

Figure 3: élément réel associé à l'élément de référence quadrangulaire linéaire

Le résultat d'un calcul par la méthode des éléments finis donne les résultats suivants :

Nœud	déplacement X (mm)	déplacement Y (mm)	Température (°C)
I	0,51	-0,12	112
J	0,44	-0,13	128
K	0,85	-0,15	116
L	0,50	-0,16	120

Le point de l'élément en lesquelles les contraintes sont maximales est défini dans l'espace de référence par ses coordonnées $(\xi;\eta) = (-0{,}22; 0.65)$.

4. Donner les coordonnées réelles de ce point et calculer la valeur du déplacement associé (composantes et norme) ainsi que la température.
5. Une analyse plus poussée des résultats montre que la précision des résultats doit être améliorée dans cet élément. Proposer des solutions pour améliorer la précision du calcul et argumenter sur les intérêts/inconvénients de chaque solution proposée.

Fin du sujet