1. Paramètres servant à calculer la température du mélange gazeux

Hypothèses :

1. chaleurs massiques des différents composants dépendantes de la température des de l'ambiance gazeuse provoquée par le feu (ne variant pas beaucoup entre cette température et celle provoquée par le gaz extincteur)
2. faible débit d'injection, s'agissant de l'inertage (température des gaz provoquée par le feu diminue donc faiblement)

L'indice « j » désigne les différents composants (O_2, N_2, combustible ou gaz extincteur) du problème.

- $j = \begin{cases} 1 & : \text{oxygène} \\ 2 & : \text{azote} \\ 3 & : \text{produit de combustion} \\ 4 & : \text{gaz extincteur} \end{cases}$
- V : volume du local (m^3)
- R_h : taux de renouvellement horaire (volume/heure)
- t_{soufl} : instant d'arrêt du soufflage (s)
- t, $(t_{soufl} \leq t)$: instant avant injection du produit gazeux (s)
- $P_{CDI}(t)$: pression dans le local à l'instant t issue de CDI (connue)
- $T_{CDI}(t)$: température moyenne dans le local à l'instant t issue de CDI (connue)
- $\tau_1(t) = \zeta_{CDI}(t)$: concentration de l'oxygène dans le local à l'instant t issue de CDI
- $j = 1$: $\tau_1(t) = \tau_{O_2}$: concentration de l'oxygène issue de CDI (connue) à l'instant t

➢ $V_1(t) = V \times \tau_1(t)$: volume d'oxygène dans le local

➢ M_{O_2} : masse molaire de l'oxygène ($kg.mol^{-1}$)

➢ $r_{O_2} = \dfrac{R}{M_{O_2}}$: constante massique de l'oxygène ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)

➢ $\rho_1(t) = \dfrac{P_{CDI}(t)}{r_{O_2}.T_{CDI}(t)}$: masse volumique ($kg.m^{-3}$)

➢ $m_1(t) = \rho_1(t) \times V_1(t)$: masse de l'oxygène présent dans le local avant l'injection

➢ $n_1(t) = \dfrac{m_1(t)}{M_{O_2}}$: nombre de mole de l'oxygène présent dans le local avant l'injection

- $C_{p1}(t) = Cp\_m_{O2} = \dfrac{29{,}96 + 4{,}18.10^{-3}.T_{CDI}(t) - 1{,}67.10^{5}.[T_{CDI}(t)]^{-2}}{M_{O2}}$: chaleur massique de l'oxygène ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)

- $j = 2 : \quad \tau_2(t) = \tau_{N_2} = 79\%$: concentration de l'azote dans le local (connue) à l'instant t

- $V_2(t) = V \times \tau_2(t)$: volume d'azote
- M_{N_2} : masse molaire de l'azote
- $r_{N_2} = \dfrac{R}{M_{N_2}}$: constante massique de l'azote
- $\rho_2(t) = \dfrac{P_{CDI}(t)}{r_{N_2}.T_{CDI}(t)}$
- $m_2(t) = \rho_2(t) \times V_2(t)$: masse de l'azote présent dans le local avant l'injection
- $n_2(t) = \dfrac{m_2(t)}{M_{N_2}}$: nombre de mole de l'azote présent dans le local avant l'injection
- $C_{p2}(t) = Cp\_m_{N2} = \dfrac{28{,}58 + 3{,}76.10^{-3}.T_{CDI}(t) - 0{,}5.10^{5}.[T_{CDI}(t)]^{-2}}{M_{N2}}$: chaleur massique de l'azote ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)

- $j = 3 : \quad V_3(t) = V - V_1(t) - V_2(t)$: volume du produit de combustion

- $\tau_3(t) = \dfrac{V_3(t)}{V}$: concentration du produit de combustion
- $M_3 = M_{combustion}$: masse molaire du produit de combustion (CO_2 ou donnée de l'utilisateur)
- $r_3 = \dfrac{R}{M_{combustion}}$: constante massique du produit de combustion
- $\rho_3(t) = \dfrac{P_{CDI}(t)}{r_{combustion}.T_{CDI}(t)}$
- $m_3(t) = \rho_3(t) \times V_3(t)$: masse du produit de combustion présent dans le local avant l'injection

- $n_3(t) = \frac{m_3(t)}{M_{combustion}}$: nombre de mole du produit de combustion présent dans le local avant l'injection
- $C_{P3}(t) = Cp\_m_{comb} = \frac{30 + 5.10^{-3}.T_{CDI}(t) - 0,4.10^{5}.[T_{CDI}(t)]^{-2}}{M_{combustion}}$: chaleur massique du produit de combustion ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)

- Nombre de moles total : $n_{tot} = \sum_{j=1}^{3} n_j + n_{air\_vent}$

  Avec $n_{air\_vent} = \frac{m_{air\_vent}}{M_{air-vent}} = \frac{m_{air\_vent}}{29} \times 1000$

- Masse totale (Kg) : $m_{tot} = \sum_{j=1}^{3} m_j + m_{air\_vent}$
- Masse volumique « totale » équivalente : $\rho_{tot} = \frac{m_{tot}}{V}$
- Chaleur massique totale des composants en fonction de la température : $C_{Ptot} = \sum_{j=1}^{3} \tau_j.C_{pj}$

2. Calculs de la surpression pendant l'injection

2.1 Données connues

On arrête le soufflage à l'instant t_{soufl} et on injecte le produit extincteur gazeux à l'instant t_{injec}, avec $t_{soufl} \leq t_{injec}$.

Si l'on arrête également l'extraction, on doit considérer : $t_{soufl} \leq t_{extrac} \leq t_{injec}$

Relativement au gaz, on a les données suivantes :

- $T_{CDI}(t)$: température moyenne des gaz engendrée par le feu obtenue par CDI (K)
- $T_4 = T_{gaz}$: température (K) du produit extincteur
- $M_4 = M_{gaz}$: masse molaire ($kg.mol^{-1}$) du produit extincteur
- $r_4 = r_{gaz} = \frac{R}{M_{gaz}}$

- $\rho_4 = \rho_{gaz}$: masse volumique du produit extincteur à la température et à la pression des gaz dans le local : $\rho_4 = \dfrac{P(t)}{r_{gaz}.T_{mél}(t)}$

- $m_4 = m_{gaz}$: débit massique du produit extincteur gazeux supposé constant (kg/s)

- Masse totale globale (Kg) : $m_{glob} = \sum_{j=1}^{4} m_j + m_{air\_vent}$ (sortie exclue)

- Masse volumique « globale » équivalente : $\rho_{glob} = \dfrac{m_{glob}}{V}$

- $\tau_{gaz\_restant} = \zeta_{gaz\_restant}(t) = \dfrac{V_{gaz\_restant}(t)}{V}$: concentration du produit gazeux restant dans le local si le ventilateur d'extraction continue de fonctionner

$$\frac{V_{gaz\_restant}(t)}{V} = \frac{F_{gaz}}{F_{gaz} + F_{air}} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{F_{gaz} + F_{air}}{V}.t\right)\right]$$

Avec : $F_{air} = \dfrac{R_h.V}{3800}$ (R_h : taux de renouvellement horaire dû à l'extraction en fonctionnement) et $F_{gaz} = \dfrac{m_{gaz}}{\rho_{gaz}} = \dfrac{m_{gaz}}{\dfrac{P(t)}{r_{gaz}.T_{mél}(t)}} = m_{gaz}.r_{gaz}.\left(\dfrac{T_{mél}(t)}{P(t)}\right)$

Posant $x(t) = \dfrac{P(t)}{T_{mél}(t)}$, on a alors :

$F_{gaz} = \dfrac{m_{gaz}.r_{gaz}}{x} = \dfrac{m_{gaz}.\dfrac{R}{M_{gaz}}}{x} = \dfrac{R.n_{gaz}}{x}$, avec n_{gaz} nombre de moles total du gaz extincteur.

F_{air} , F_{gaz} "débit volumique" ($m^3.s^{-1}$)

Avec la notation $V_{gaz\_restant}(t)$ le volume du gaz restant dans le local, on écrit :

$$\frac{V_{gaz\_restant}(t)}{V} = \frac{F_{gaz}}{F_{gaz}+F_{air}}.\left[1-\exp\left(-\frac{F_{gaz}+F_{air}}{V}.t\right)\right]$$

$$\Rightarrow \frac{V_{gaz\_restant}(t)}{V} = \frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{\frac{R.n_{gaz}}{x}+F_{air}}.\left[1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}+F_{air}}{V}.t\right)\right]$$

Le volume des gaz total dans le local est déterminé par :

$$\frac{V_{gaz\_total}(t)}{V} = 1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{V}.t\right)$$

Le volume du gaz sortant est : $V_{gaz\_sortant} = V_{gaz\_tot} - V_{gaz\_restant}$

On en déduit :

$$\frac{V_{gaz\_sortant}}{V} = 1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{V}.t\right) - \frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{\frac{R.n_{gaz}}{x}+F_{air}}.\left[1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}+F_{air}}{V}.t\right)\right]$$

On désigne par k la part du volume gazeux sortant du local. Ce qui permet d'écrire : $k = \frac{V_{gaz\_sortant}}{V_{gaz\_total}} = \frac{n_{gaz\_sortant}}{n_{gaz\_total}}$

$$\Rightarrow k = \frac{1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{V}.t\right) - \frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{\frac{R.n_{gaz}}{x}+F_{air}}.\left[1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}+F_{air}}{V}.t\right)\right]}{1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{V}.t\right)}$$

$$\Rightarrow k(x) = \frac{n_{gaz\_sortant}}{n_{gaz\_total}} = 1 - \frac{\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{\frac{R.n_{gaz}}{x}+F_{air}}.\left[1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}+F_{air}}{V}.t\right)\right]}{1-\exp\left(-\frac{\frac{R.n_{gaz}}{x}}{V}.t\right)}$$

On a donc $n_{gaz\_sortant} = k(x).n_{gaz\_total}$ avec $n_{gaz\_total} = \dfrac{m_{gaz}}{M_{gaz}}$

- $m_{glob} = m_{tot} + m_{gaz}$: masse globale
- $C_{P4} = C_{Pgaz}$: chaleur massique du gaz extincteur ($J.Kg^{-1}.K^{-1}$)
- Chaleur massique totale des composants en fonction de la température : $C_{Pglob} = C_{Ptot} + \tau_{gaz}.C_{Pgaz}$
- $n_{glob} = n_{tot} + n_{gaz\_total}$: nombre de moles total (sans déduction de la sortie par l'extraction)
- $M_{glo} = \dfrac{\sum_{j=1}^{4} m_j.M_j}{m_{glob}}$: masse molaire globale ($Kg.mol^{-1}$) :

2.2 Température du mélange entre celle engendrée par le feu et le produit extincteur

$$\boxed{T_{mél}(t) = \frac{m_{tot}.C_{Ptot}.T_{CDI}(t) + m_{gaz}.C_{Pgaz}.T_{gaz}}{m_{tot}.C_{Pglob} + m_{gaz}.C_{Pgaz}}}$$

2.3 Nombre de moles des gaz sortant

L'hypothèse de mélange homogène permet de supposer que tous les gaz sortent du local avec la même proportion k. On écrit donc : $n_{j\_sortant} = k.n_j$

Ce qui donne :

$$n_{sortant} = \sum_{j=1}^{3} k(x).n_j + k(x).n_{gaz\_total} = k(x).\left(\sum_{j=1}^{3} n_j + n_{gaz\_total}\right) = k(x).n_{glob}$$

Le nombre de moles restant s'écrit alors :

$$n_{restant} = n_{glob} - n_{sortant} = n_{glob} - k.n_{glob} = [1 - k(x)].n_{glob}$$

2.4 Pression dans le local : $P = n_{restant}.\dfrac{R}{V}.T_{mél}$

$$\Rightarrow x = \frac{P}{T_{mél}} = n_{restant}.\frac{R}{V} = [1 - k(x)].n_{glob}.\frac{R}{V}$$

Résolution numérique

On résout l'équation $x = [1 - k(x)].n_{glob}.\dfrac{R}{V}$ par la méthode de Newton pour obtenir x et $k(x)$

.

2.5 Concentration de l'oxygène restant dans le local

On suppose que tous les gaz sortent de la même proportion. On peut donc écrire :

$$\boxed{\zeta_{O_2}(t) = (1-k).\zeta_{CDI}(t)}$$

On arrête l'injection lorsque : $\zeta_{O_2}(t) \leq 80\%.LOI$