

Salut

Nous avons : $U(t) = V_R(t) + V_C(t)$

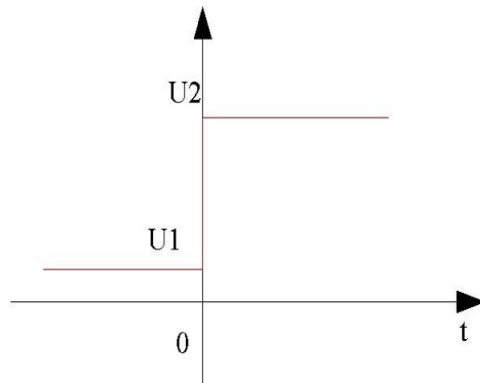
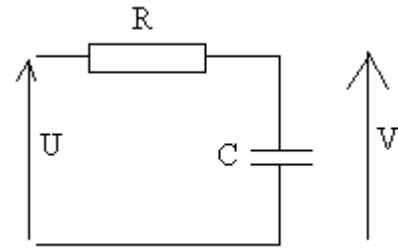
Avec $V_R(t) = R.i(t)$ et $V_C(t) = V(t)$

Donc $U(t) = R.i(t) + V(t)$

Or $i(t) = \frac{d}{dt}q(t) = C \frac{d}{dt}V$

Donc $U(t) = RC \frac{d}{dt}V(t) + V(t)$

Avec $U(t)$ donnée par la figure ci-contre :



La solution s'écrit :

$$V_{\text{continu}}(t) = V(+\infty) + [V(0^+) - V(+\infty)]\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

-----Démonstration-----

En effet, $V_{\text{continu}}(t) = A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + B$

Il faut donc déterminer les paramètres A et B.

$$V(+\infty) = \lim_{t \rightarrow +\infty} V_{\text{continu}}(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + B = B$$

$$V(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} V_{\text{continu}}(t) = \lim_{t \rightarrow 0^+} A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + B = A + B = A + V(+\infty) \Rightarrow A = V(0^+) - V(+\infty)$$

Ainsi au lieu d'écrire $V_{\text{continu}}(t) = A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + B$ on peut toujours écrire

$$V_{\text{continu}}(t) = V(+\infty) + [V(0^+) - V(+\infty)]\exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \text{ comme solution générale.}$$

Les conditions initiale $V(0^+)$ et finale $V(+\infty)$ sont déterminées à partir de l'énoncé (voir la page suivante).

-----Conditions initiale et finale-----

- A $t = 0^-$, nous avons $U(0^-) = U_1$ donc $V(0^-) = U_1$ et à cause de la continuité de la tension aux bornes du condensateur (et non pas de l'alimentation) nous avons $V(0^+) = V(0^-)$

Ainsi $V(0^+) = U_1$ à $t = 0^+$

Conclusion 1 :

Même si on change la tension d'alimentation à $t=0$, le condensateur ne réagit pas instantanément et se rappelle de son passé c.à.d. condensateur chargé avec une tension U_1 . C'est à cause de cette condition de continuité qu'on a écrit $V_{\text{continu}}(t)$

- Et à partir de l'instant $t = 0^+$, pour une durée très longue le condensateur initialement chargé évoluera (pas immédiatement) vers la nouvelle valeur permanente de l'alimentation U_2 .

Ainsi : $V(+\infty) = U_2$

Conclusion 2 :

Un condensateur excité avec une tension constante finira toujours par atteindre cette valeur lorsqu'il est libre (s'il n'y a pas d'autres composants qui lui imposent des comportements bien spécifiques).

Nous avons $V_{\text{continu}}(t) = V(+\infty) + [V(0^+) - V(+\infty)]\exp(-\frac{t}{RC})$

Et en tenant compte des conditions initiale $V(0^+) = U_1$ et finale $V(+\infty) = U_2$

Nous obtenons donc : $V_{\text{continu}}(t) = U_2 + [U_1 - U_2]\exp(-\frac{t}{RC})$

Cas particulier :

Si le condensateur était initialement déchargé.

(Pas d'alimentation pour $t=0^-$, donc $V(0^+) = V(0^-) = 0$)

Et lorsque le condensateur est excité par une tension U_2 ,

Il finira par se charger avec cette tension donc $V(+\infty) = U_2$.

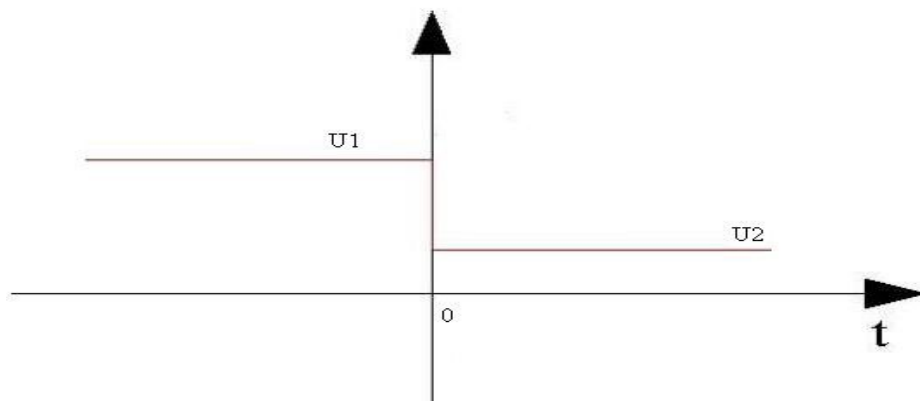
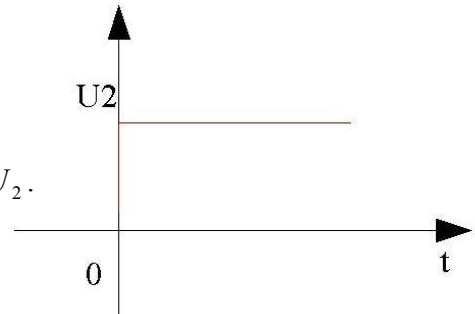
Ce qui donne : $V_{\text{continu}}(t) = U_2 + [0 - U_2]\exp(-\frac{t}{RC})$

D'où : $V_{\text{continu}}(t) = U_2 \left[1 - \exp(-\frac{t}{RC})\right]$

C'est la solution triviale qu'on trouve toujours pour la charge d'un condensateur.

Remarque :

Cette méthode de résolution est aussi utilisable dans le cas de décharge du condensateur sauf que pour la décharge ($V(+\infty) < V(0^+)$).



Si le circuit que j'ai dessiné n'est pas le bon ou s'il contient des interrupteurs, il se peut que la tension du condensateur devienne percuSSIONnelle $V_p(t)$ et vaut dans ce cas là la somme de

$V_{continu}(t)$ qu'on a étudié précédemment et d'un terme comportant une impulsion de Dirac $[V(0^+) - V(0^-)]\delta(t)$ appelé saut de tension la solution sera écrite sous la forme :

$$V_p(t) = [V(0^+) - V(0^-)]\delta(t) + V_{continu}(t)$$

$$\text{D'où : } V(t) = [V(0^+) - V(0^-)]\delta(t) + V(+\infty) + [V(0^+) - V(+\infty)]\exp(-\frac{t}{RC})$$

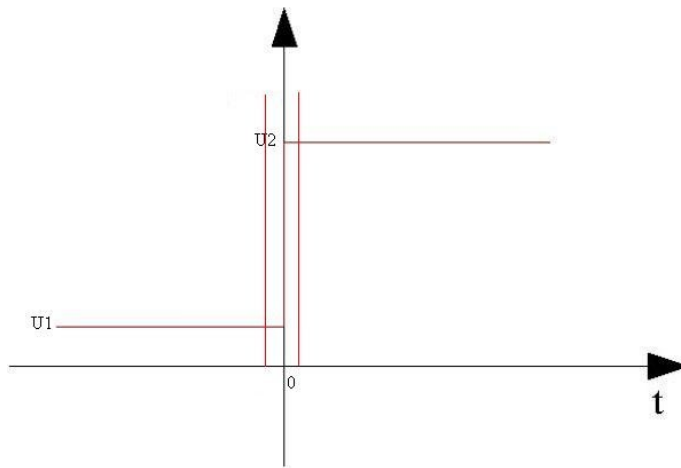
Cependant le terme impulsional est souvent nul s'il y a une résistance dans le circuit, c'est le cas de l'exercice qu'on a étudié.

Remarque :

Dans le cas percussional, on a : $V(0^+) \neq V(0^-)$

$$\text{Donc } V(t) = [U_2 - U_1]\delta(t) + U_2 + [U_1 - U_2]\exp(-\frac{t}{RC})$$

C'est comme si rien ne se passait avant l'instant $t=0^+$ on cherche la solution entre cet instant et le régime permanent puis on ajoute le terme du saut entre $t=0^-$ et $t=0^+$.



Pour plus d'information veuillez consulter le livre intitulé « ELECTRONIQUE DES IMPULSIONS. Tome 1, Circuits à éléments localisés, Avec exercices » par Georges Metzger et Jean-Paul Vabre.

<http://www.decitre.fr/livres/ELECTRONIQUE-DES-IMPULSIONS.aspx/9782225804915>

Je pense que c'est le meilleur

Cordialement
Pirlo21

P.S :

Dans le cas d'une self, la même solution sera trouvée pour le courant traversant cette self avec la même signification pour chaque terme. C'est le principe de dualité Capacité/Self.

$$i(t) = [i(0^+) - i(0^-)]\delta(t) + i(+\infty) + [i(0^+) - i(+\infty)]\exp(-\frac{t}{RC})$$