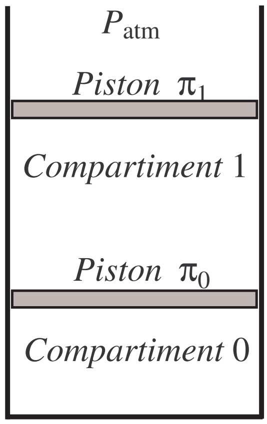
DL n°19 — Étude de différentes transformations subies par un gaz parfait dans un cylindre à deux pistons

Ce problème est la première partie d'un problème de thermodynamique posé très récemment au concours CCP (2008, Épreuve 1) : il ne nécessite pour autant que la connaissance du premier et du deuxième principe (➜ **Cf Cours T3/T4**) appliqués à un gaz parfaits.
Dans de tels problèmes, il faut prendre le temps de bien lire l'énoncé pour relever tous les « indices » susceptibles de nous aider à établir les natures des transformations ou les états d'équilibres thermodynamiques des systèmes considérés.

On considère un dispositif expérimental constitué d'un cylindre vertical ouvert dans l'atmosphère, aux parois indéformables, de section S, dans lequel deux pistons de masse et d'épaisseur négligeables peuvent se déplacer librement.
Ces deux pistons, notés π_0 et π_1 définissent deux compartiments étanches dans le cylindre. Le piston π_0 est le piston inférieur (cf. figure).
On utilisera le symbole 0 pour repérer les grandeurs relatives au compartiment inférieur et le symbole 1 pour repérer les grandeurs relatives au compartiment supérieur. On appellera « longueur » du compartiment 0 la distance qui sépare le fond du cylindre du piston π_0, et « longueur » du compartiment 1 la distance qui sépare les deux pistons.



Quelle que soit la nature des fluides contenus dans les compartiments, on supposera qu'à l'équilibre la pression est uniforme dans les compartiments.
On supposera dans toute la suite que les frottements lors du déplacement des pistons sont totalement négligeables du point de vue énergétique.

Un système mécanique permet de bloquer ou de débloquer le mouvement de chacun des pistons sans modifier la géométrie du système.
Le compartiment inférieur contient du dioxygène assimilé à un gaz parfait. Le compartiment supérieur contient du diazote également assimilé à un gaz parfait. Les parois du cylindre et le piston π_1 sont perméables à la chaleur. Le piston π_0 est calorifugé.

Données :
- section du cylindre : $S = 10^{-2}\ m^2$
- accélération de la pesanteur : $g_0 = 10\ m.s^{-2}$
- la pression atmosphérique est constante et égale à $P_{\text{atm}} = 10^5\ Pa$
- rapport des capacités thermiques du dioxygène et du diazote : $\gamma = 1,4$
- constante massique du dioxygène : $r_0 = 260\ J.K^{-1}.kg^{-1}$
- constante massique du diazote : $r_1 = 297\ J.K^{-1}.kg^{-1}$

Rq : On appelle constante massique dun gaz parfait le rapport de la constante R des gaz parfait sur la masse molaire du gaz.

1) On bloque le piston π_0. Le piston π_1 peut se déplacer librement. Le dispositif expérimental est alors dans l'état d'équilibre noté A.
Le dioxygène contenu dans le compartiment 0 est caractérisé par une pression $P_A^0 = 10^5\ Pa$ et une température $T_A^0 = 300\ K$. La longueur du compartiment 0 est alors $d_A^0 = 0,2\ m$.
Le diazote contenu dans le compartiment 1 est caractérisé par une pression $P_A^1 = 10^5\ Pa$ et une température $T_A^1 = 300\ K$. La longueur du compartiment 1 est alors $d_A^1 = 0,15\ m$.
On place le cylindre au contact d'une source (thermostat) à la température $T_S = 600\ K$. Chacun des sous-systèmes, constitué par chacun des gaz (repéré comme les compartiments par 0 et 1),

atteint un nouvel état d'équilibre (B).
On note T_B^0, P_B^0 et d_B^0 respectivement la température du dioxygène (gaz 0), la pression du dioxygène et la hauteur du compartiment 0 dans cet état d'équilibre.
De la même façon T_B^1, P_B^1 et d_B^1 représentent la température du diazote (gaz 1), la pression du diazote et la hauteur du compartiment 1 dans son nouvel état d'équilibre.

1.a) Calculer la masse m_0 de dioxygène contenue dans le compartiment 0 et la masse m_1 de diazote contenue dans le compartiment 1.

1.b) Caractériser la transformation subie par le dioxygène. En déduire T_B^0,d_B^0 et P_B^0.

1.c) Caractériser la transformation subie par le diazote. En déduire T_B^1, d_B^1 et P_B^1.

1.d) Calculer la quantité d'énergie reçue par transfert mécanique (travail) par le dioxygène ($W_{A\to B}^0$), et par le diazote ($W_{A\to B}^1$) au cours de la transformation.

1.e) Calculer la quantité d'énergie reçue par transfert thermique (chaleur) par le dioxygène ($Q_{A\to B}^0$), et par le diazote ($Q_{A\to B}^1$) au cours de la transformation.

1.f) Calculer la variation d'entropie $\Delta S_{A\to B}^0$ pour le dioxygène entre les deux états d'équilibre.

1.g) Calculer la variation d'entropie $\Delta S_{A\to B}^1$ pour le diazote entre les deux états d'équilibre.

1.h) Calculer l'entropie produite ${}^{\mathsf{P}}S_{A\to B}$ au cours de la transformation.

2) Les deux sous-systèmes étant chacun dans leur propre état d'équilibre (repéré par l'indice B), on bloque le piston π_1 , puis on débloque le piston π_0 (qui est toujours calorifugé).
Le cylindre est toujours au contact de la source à la température $T_S = 600\ K$. Chacun des sous-systèmes atteint un nouvel état d'équilibre (C).
On note T_C^0, P_C^0 et d_C^0 respectivement la température du dioxygène, la pression du dioxygène et la hauteur du compartiment 0 dans son nouvel état d'équilibre.
De la même façon T_C^1, P_C^1 et d_C^1 représente la température du diazote, la pression du diazote et la hauteur du compartiment 1 dans son nouvel état d'équilibre.

2.a) Que peut-on dire sur les températures T_C^0 et T_C^1 et sur les pressions P_C^0 et P_C^1 du dioxygène et du diazote dans l'état d'équilibre C ?

2.b) Déterminer les longueurs d_C^0 et d_C^1. En déduire les pressions P_C^0 et P_C^1.

2.c) Calculer les variations d'énergie interne $\Delta U_{B\to C}$ et d'entropie $\Delta S_{B\to C}$ pour le système (les deux gaz) entre les deux états d'équilibre.

2.d) En déduire l'entropie produite ${}^{\mathsf{P}}S_{B\to C}$ au cours de la transformation.

Rép :

1.a) $m_0 = 2,56\ g$; $m_1 = 1,68\ g$

1.b) $P_B^0 2\ bar$

1.c) $d_B^1 = 30\ cm$

1.d) $W_{A\to B}^1 = -150\ J$

1.e) $Q_{A\to B}^0 = 500\ J$; $Q_{A\to B}^1 = 525\ J$

1.f) $\Delta S_{A\to B}^0 = 1,155\ J.K^{-1}$

1.g) $\Delta S_{A\to B}^1 = 1,213\ J.K^{-1}$

1.h) ${}^{\mathsf{P}}S_{A\to B} = 0,660\ J.K^{-1}$

2.a) $P_C^0 = P_C^1$

2.b) $d_C^0 = 28,6\ cm$; $d_C^1 = 21,4\ cm$; $P_C^0 = P_C^1 = 1,4\ bar$

2.c) $\Delta U_{B\to C} = 0$; $\Delta S_{B\to C} = \Delta S_{B\to C}^0 + \Delta S_{B\to C}^1 = 0,0694\ J.K^{-1}$

2.d) ${}^{\text{é}}S = 0$; ${}^{\mathsf{P}}S = \Delta S_{B\to C}$