

LA 201 - CNED
Mécanique des solides rigides

Devoir n°1

Exercice 1. Système bielle-manivelle

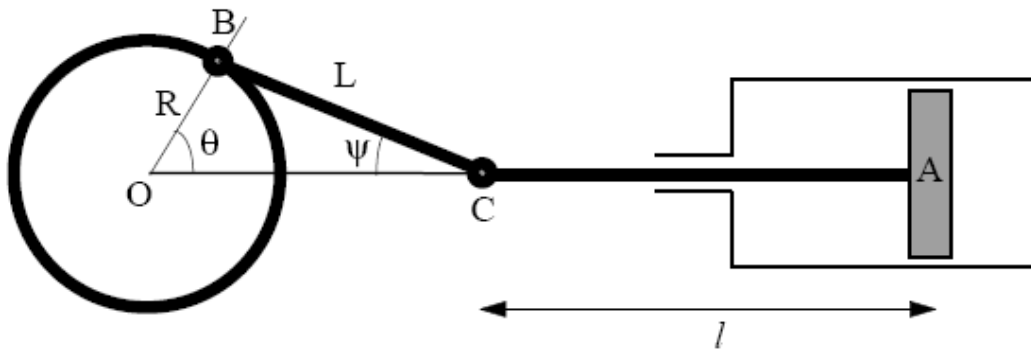


Figure 1

Le mécanisme, représenté par la figure 1, est considéré plan.

La manivelle (S1) est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti (S0) (bloc cylindre). Elle est de longueur $OB=R$.

On note $\mathcal{R}_1(B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, le repère lié à (S1), tel que \vec{x}_1 est porté par (OB) .

La bielle (S2), de longueur $BC=L$, est en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) avec la manivelle, et en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}_0) avec le piston (S3). On note $\mathcal{R}_2(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ le repère lié à (S2), tel que \vec{x}_2 est porté par (BC) .

Le piston est en liaison glissière avec le bloc cylindre (S0). On note $\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié à (S3). On note $CA=l$.

Question 1.

Représenter sur un schéma, l'ensemble des repères du système $(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3)$.

Question 2.

Établir la relation géométrique qui lie les angles θ et ψ . En déduire une relation cinématique reliant $\dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$.

Question 3.

Exprimer le torseur cinématique du mouvement de (S1) par rapport à (S2), en O puis en B.

Question 4.

Exprimer le torseur cinématique du mouvement de (S2) par rapport à (S1) en B.

En déduire la vitesse du point C, dans ce mouvement, $\vec{V}(C \in S2/S1)$.

Question 5.

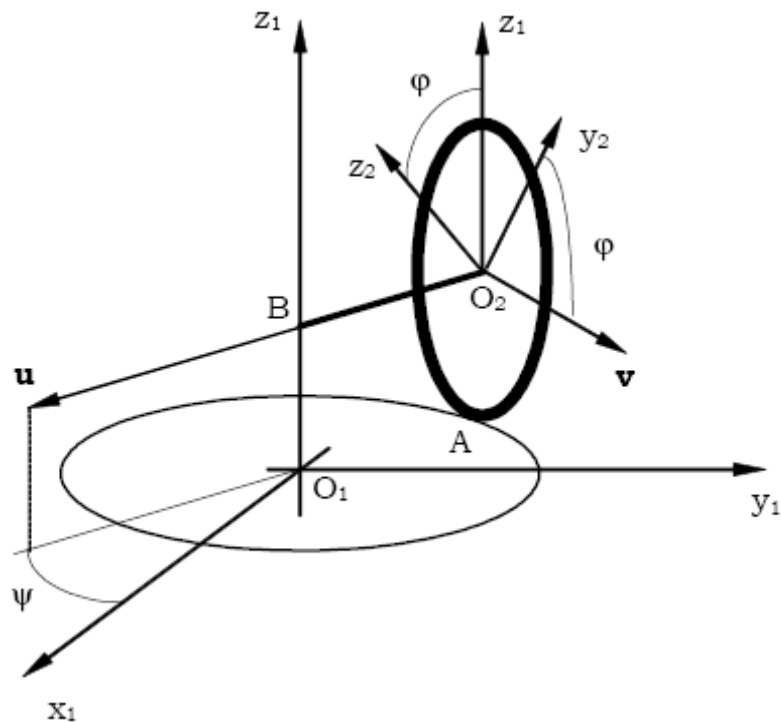
Déterminer la vitesse du point C dans le mouvement de (S2) par rapport à (S0),

$\vec{V}(C \in S2/S0)$.

Question 6.

Déduire de la question précédente la vitesse du piston (S3) par rapport au bloc cylindre (S0).

Exercice 2. Cerceau vertical roulant sur un cercle horizontal



Un cerceau (S2) de centre O_2 et de rayon R_2 roule sans glisser sur un cercle fixe (S0) de centre O_1 et de rayon R_1 . Le plan $(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ contient le cercle fixe et le plan du cerceau reste perpendiculaire au plan $(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ de telle sorte qu'un point B de l'axe (S1) du cerceau soit fixe et $O_1 B = R_2 \vec{z}_1$.

On définit le trièdre direct $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_1)$ tel que $(O_2 \vec{u})$ soit l'axe du cerceau orienté de O_2 vers B et

$\psi = (\vec{x}_1, \vec{u})$ et le trièdre direct $(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié au cerceau tel que $\vec{x}_2 = \vec{u}$ et $\varphi = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$.

On note A le point de contact entre les deux solides.

Question 1

Exprimer en B , le torseur cinématique du mouvement de la barre (S1) par rapport au cercle fixe (S0). En déduire la vitesse du point O_2 dans ce même mouvement $\vec{V}(O_2 \in S1/S0)$.

Question 2

Exprimer en O_2 , le torseur cinématique du mouvement de (S2) par rapport à (S1).

Question 3

Déduire des deux questions précédentes, par composition de mouvement, le torseur cinématique, exprimé en O_2 , du mouvement du cerceau (S2) par rapport à (S0).

Question 4

Déduire de la condition de roulement sans glissement en A , une relation entre les vitesses de rotation $\dot{\varphi}$ et $\dot{\psi}$.

Question 5

Quel est l'axe instantané de rotation du cerceau (S2) dans son mouvement par rapport à l'espace fixe (S0).

Question 6

On considère un point M quelconque lié à l'espace du cerceau : $\overrightarrow{O_2M} = x_2\vec{u} + y_2\vec{v}_2 + z_2\vec{z}_2$

Exprimer la vitesse du point M , dans le mouvement de (S2) par rapport à (S0), exprimé dans le repère intermédiaire $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_1)$.

Question 7

Dans le cas où $\dot{\varphi} = cte = \omega_1$ et $\dot{\psi} = cte = \omega_2$, donner dans le repère $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z}_1)$ les composantes de l'accélération du point M dans le mouvement de (S2) par rapport à (S0).

Question 8

En déduire l'accélération du point de contact A .

Question 9

Existe-t-il un point d'accélération nulle dans le mouvement de (S2) par rapport à (S0)?