Quadripôle passif en régime sinusoïdal permanent

Après avoir effectué des mesures en régime permanent sinusoïdal sur des dipôles, nous allons envisager le comportement de quadripôle. Nous allons nous intéresser à un quadripôle particulier et analyser son comportement en fonction de la fréquence (bande passante), en fonction de sa charge (sortie ouverte puis charge résistive). Enfin, nous envisagerons son incidence dans une chaîne, plus particulièrement son incidence sur le générateur de fonctions qui l'alimentera.

Il est rappelé que vous devez faire vérifier **impérativement** vos montages avant de mettre en marche le générateur de fonctions.

On appelle **quadripôle** un circuit électrique possédant une entrée et une sortie. Un quadripôle est dit **linéaire** lorsque les grandeurs de sortie sont liées aux grandeurs d'entrée par des équations différentielles linéaires. Un quadripôle est dit **passif** lorsqu'il ne contient pas de générateur (de tension ou de courant).

Figure 1 – Quadripôle

On appelle **fonction de transfert** les relations entre les grandeurs de sortie et d'entrée. Ici nous ne nous intéresserons qu'à la tension de sortie et à la tension d'entrée. Enfin, pour terminer sommairement les définitions, on appelle **charge** d'un quadripôle le dipôle placé à la sortie du quadripôle. Le quadripôle est dit « à vide » (ou sortie ouverte) lorsque aucune charge n'est placée à la sortie.

1 – Bande passante d'un quadripôle :

1 – 1 – Définitions :

On appelle **gain en tension** (appelé, par la suite, gain tout simplement) d'un quadripôle le quotient de la tension de sortie à la tension d'entrée. Lorsque le quadripôle est linéaire et que les quantités sont des grandeurs dépendant sinusoïdalement du temps, on associe à ces grandeurs des grandeurs complexes et on introduit le gain complexe comme le rapport des grandeurs complexes correspondantes. Le module du gain complexe est alors le gain et l'argument représente le déphasage de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée. Désormais, nous qualifierons de gain le gain complexe :

$$\underline{G_V} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = G_V \; e^{\mathrm{i}\,\phi}$$

où G_V est le gain en tension, ϕ est le déphasage de s par rapport à e et $\mathbb{i}$ représente le symbole des imaginaires, c'est-à-dire $\sqrt{-1}$.

On appelle gain en **décibel** la quantité :

$$G_{dB} = 20 \log_{10} G_V$$

où $\log_{10}$ est le logarithme décimal (ou à base 10) c'est-à-dire $\log_{10} x = \dfrac{\mathrm{Ln}\, x}{\mathrm{Ln}\, 10}$. Enfin on appelle **représentation de Bode** du gain complexe dépendant de la fréquence f l'ensemble des représentations graphiques :

$$\begin{cases} f \mapsto G_V = g_1\left(\log_{10} f\right) \\ f \mapsto \phi = g_2\left(\log_{10} f\right) \end{cases}$$

On appelle **fréquence de coupure** à 3 dB la ou les valeurs f_c de f satisfaisant aux solutions de l'équation :

$$G_V\Big|_{f=f_c} = \frac{\left(G_V\right)_{\max}}{\sqrt{2}}$$

où $\left(G_V\right)_{\max}$ représente la valeur maximale du gain en tension.

Toutes ces définitions sont transposables à d'autres fonctions de transfert. Nous ne nous intéresserons ici qu'au cas d'un quadripôle non chargé.

1 – 2 – Le quadripôle étudié en fonction de la fréquence :

On considère le montage suivant :

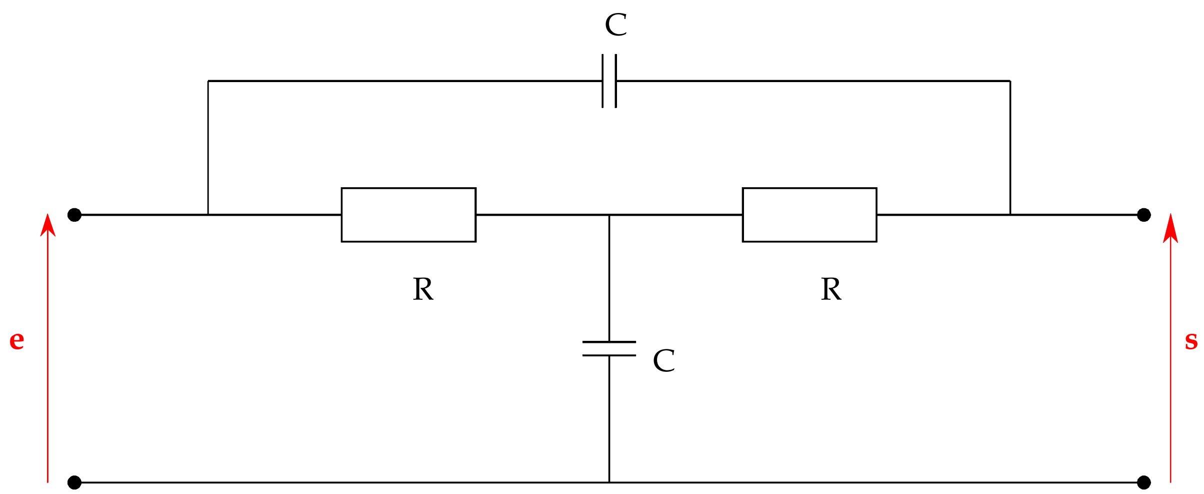

Figure 2 – Schéma du quadripôle

Le dispositif est alimenté par un générateur de fonction délivrant une tension sinusoïdale de fréquence angulaire (pulsation) ω ajustable et d'amplitude E_0 également ajustable. Le quadripôle sera non chargé et la tension s'écrira sous la forme :

$$s = S_0 \cos\left(\omega t + \varphi\right)$$

1 – 2 – 1 – Étude théorique [1] :

On travaille donc en régime sinusoïdal permanent. Déterminer le gain en tension complexe $\underline{G_V}$. On posera, pour simplifier l'écriture :

$$\begin{cases} \tau = RC \\ x = \omega\tau \end{cases}$$

En déduire le module G de ce gain ainsi que son argument φ.

Déterminer alors le gain en décibels G_{dB} et étudier le graphe de G_{dB} en fonction de ω (en graduations logarithmiques). On montrera, en particulier qu'il existe une valeur x_0 de x pour laquelle il existe un extremum.

Étudier le graphe de φ en fonction de ω (en graduations logarithmiques). On s'attachera, en particulier, à montrer l'existence d'une valeur x_1 de x pour laquelle cet argument est nul.

En déduire la nature du quadripôle. Déterminer la (ou les) fréquence(s) de coupure à 3 dB.

1 – 2 – 2 Étude pratique :

Donner le protocole permettant d'effectuer les déterminations de G et de φ. On prendra :

$$R = 1\ \text{k}\Omega \qquad C = 10\ \text{nF} \qquad \text{E}_0 = 5\ \text{V}$$

Il est inutile de mesurer R à l'ohmmètre (on pourra prendre 10 % d'incertitude relative pour les valeurs de la résistance et de la capacité des condensateurs)..

Réaliser ces protocoles (on présentera les résultats sous forme d'un tableau). Pour chaque mesure, évaluer les incertitudes.

Rechercher un protocole « rapide » permettant de déterminer les fréquences de coupure à 3 dB. Si vous avez trouvé cette méthode, inclure les mesures dans le tableau précédent.

1 – 2 – 3 Représentation de Bode :

On représentera, sur deux feuilles distinctes, les diagrammes de Bode correspondants. On reportera la courbe théorique et les « points » expérimentaux (c'est-à-dire les rectangles d'incertitude).

Conclusion(s).

2 – Impédance d'entrée d'un quadripôle :

Le quadripôle est vu du générateur de fonctions comme un dipôle passif (c'est-à-dire ne comportant pas de générateur. Ce dipôle est alors caractérisé par son impédance appelée **impédance d'entrée** du quadripôle. Celle-ci dépend non seulement des éléments constituant le quadripôle proprement dit mais aussi de sa charge. Nous supposerons que le quadripôle est non chargé. Dans ce cas, on parle de l'impédance d'entrée du quadripôle sortie ouverte.

2 – 1 – Étude théorique :

Sachant que le quadripôle est celui qui a été défini au paragraphe 1 – 2, déter-

[1] Ceci est un travail préparatoire !

miner l'impédance $\underline{Z}_e$ d'entrée de celui-ci lorsque sa sortie est ouverte.

En mettant cette impédance sous la forme :

$$\underline{Z}_e = R\, z_0\, e^{\mathrm{i}\,\psi}$$

Déterminer le module z_0 en fonction de x et l'argument ψ en fonction de x.

Tracer le graphe de z_0 et de ψ en fonction de x (en graduations logarithmiques). On s'attachera à mettre en évidence les points particuliers comme les extrema et asymptotes (s'ils existent !).

2 – 2 - Réalisation pratique :

Pour réaliser l'objectif, on envisage le montage suivant :

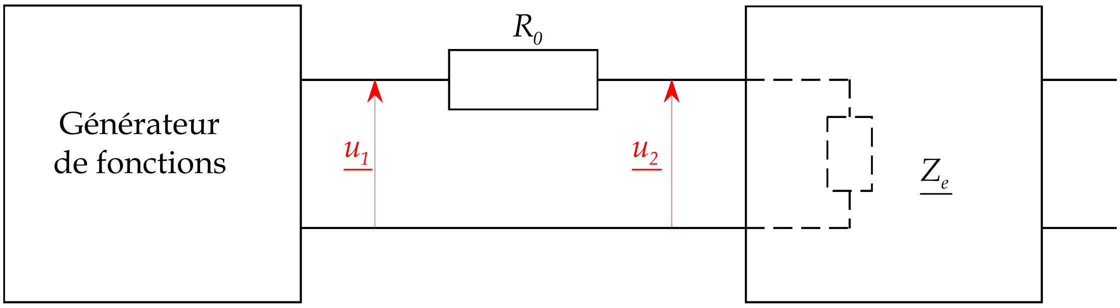

Figure 3 – Détermination de l'impédance d'entrée (sortie ouverte)

où R_0 est la résistance d'un conducteur ohmique connue.

Montrer que les mesures de u_1, u_2 et du déphasage θ de u_2 par rapport à u_1 permettent de déterminer z_0 et ψ.

Établir le protocole expérimental permettant alors de déterminer z_0 et ψ en fonction de la fréquence f. On prendra pour R_0 un conducteur ohmique de $2{,}2\ \mathrm{k\Omega}$ dont on aura au préalable mesuré la résistance à l'ohmmètre.

Réaliser le protocole expérimental. Les résultats seront reportés dans un tableau (on n'oubliera pas les incertitudes) où seront données les valeurs attendues (théoriques) et leurs incertitudes.

Conclusion(s).