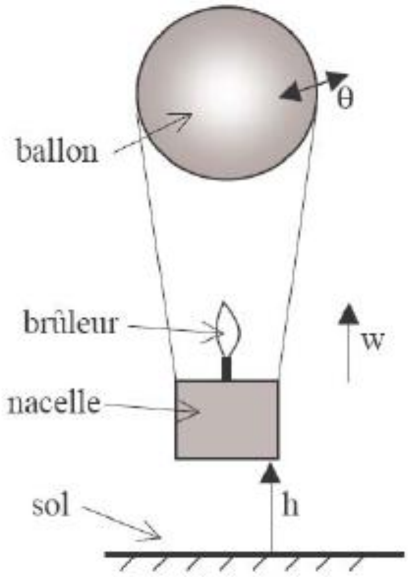
Modélisation de la dynamique de l'altitude d'un ballon à air chaud .

Le principe de la montgolfière est le suivant : un ballon contient de l'air qui est chauffé par un brûleur (par exemple alimenté en gaz). L'air chaud étant plus léger, le ballon et la nacelle s'élèvent.:



On définit les variables suivantes :
h(t) : hauteur de la nacelle par rapport au sol
u(t) : signal de commande du brûleur en volt
$\theta(t)$: différence de température ballon – air extérieur
v(t) : vitesse ascensionnelle de la montgolfière
w(t) : vitesse ascensionnelle de l'air (par exemple courant thermique qui peut être vu comme une perturbation)
Les équations qui régissent la dynamique de la montgolfière sont les suivantes :

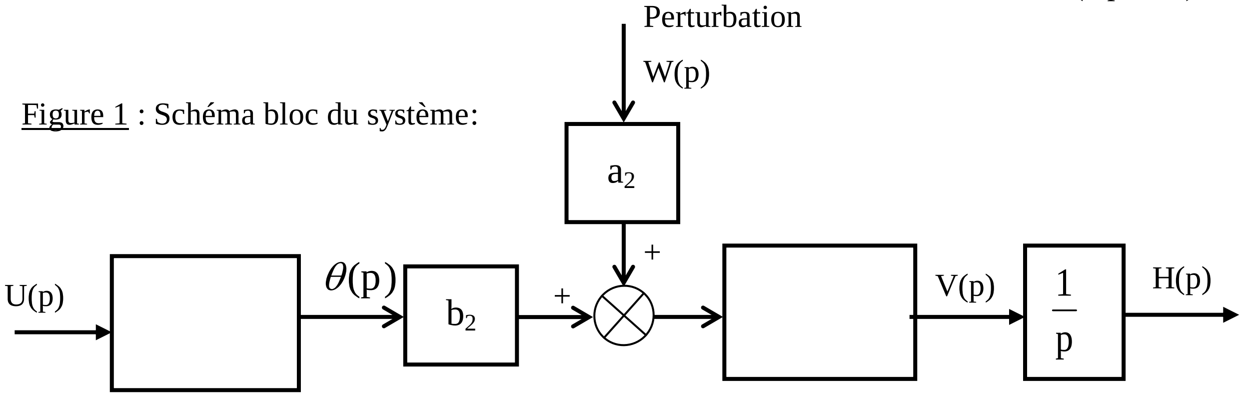
$$\frac{d\theta(t)}{dt} = -a_1\theta(t) + b_1 u(t) \qquad (1)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = -a_2 v(t) - b_2\theta(t) + a_2 w(t) \qquad (2) \qquad\qquad \frac{dh(t)}{dt} = v(t) \qquad (3)$$

1. - Etablir le schéma bloc Figure 1 de ce système faisant apparaître les transformées de Laplace de l'entrée U(p) , de la perturbation W(p) , de la température $\theta(p)$, de la vitesse ascensionnelle V(p) et de la sortie H(p)

(1 points)

<u>Figure 1</u> : Schéma bloc du système:



2. - Donnez l'expression de la fonction de transfert : $F(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)}$ *(0.5 point)*

3. - Donnez l'expression de la fonction de transfert : $G(p) = \frac{V(p)}{\theta(p)}$ lorsque la perturbation w(t) est nulle. *(0.5 point)*

4. - Donnez l'expression de la fonction de transfert : $R(p) = \frac{H(p)}{V(p)}$. *(0.5 point)*

5. - Donnez l'expression de la fonction de transfert : $T(p)=\frac{V(p)}{U(p)}$ lorsque la perturbation w(t)est nulle. $T(p)=\frac{V(p)}{U(p)}=\frac{V(p)}{\theta(p)}.\frac{\theta(p)}{U(p)}$.

(0.5 point)

6. - Ecrivez T(p) sous la forme : $T(p)=\frac{K}{(1+\tau_1.p).(1+\tau_2.p)}$ *(1 point)*

7. - Quelles sont les expressions de K, τ_1 et τ_2 ?

(0.5 point)

8. - Applications numériques : a_1 =0,1s^{-1}, a_2 =10 s^{-1}, b_1=0,1K.s^{-1}.V^{-1}, b_2 =1m^{-2}.K^{-1}
Que valent K, τ_1 et τ_2?

(0.5 point)

9. - Lorsque le signal de commande du brûleur est un échelon d'amplitude U_0 en volts $U(p)=\frac{U_0}{p}$, quelle est l'expression de la transformée de Laplace de la hauteur de la nacelle V(p) ?

(2 points)

10. - Quelle est l'expression de la vitesse ascensionnelle v(t) de la nacelle lorsque le signal de commande du brûleur est un échelon d'amplitude U_0 en volt ?

(2 points)

11. - Représentez une allure de v(t).

(2 points)

12. - D'après 11., la montgolfière atteint-elle une hauteur finie lorsque le signal de commande du brûleur est un échelon d'amplitude U_0 en volt ?
$H(p)=\frac{V(p)}{p}$ et avec v(t) une constante on a $V(p)=\frac{cst}{p}$

13. - Que se passe-t-il pour l'altitude h(t) de la montgolfière **en réalité** ? Vous penserez à la poussée d'Archimède en fonction de l'altitude sachant que le gradient thermique est négatif de $-0{,}976°C/100m$, ce qui modifie le poids de la montgolfière en fonction de la température et de la pression de l'atmosphère.

14. - $\tau_1=\frac{1}{a_1}=10s$ est la constante de temps dominante c'est-à-dire celle qui impose la dynamique d'évolution de la vitesse de la nacelle. Lorsque la constante de temps dominante est conservée seule, l'expression de T(p) devient : $T(p)=\frac{V(p)}{U(p)}=\frac{K}{(1+\tau_1.p).}$
Quelle est alors l'expression de la vitesse ascensionnelle $v_1(t)$ de la nacelle lorsque le signal de commande du brûleur est un échelon d'amplitude U_0 en volt soit $U(p)=\frac{U_0}{p}$?

15. -. Représentez sur la même figure une allure de v(t) (trouvée en 11.) et de $v_1(t)$ (trouvée en 14.).