**a)** *le torseur au point O s'écrit* $\{T\} = {}_O\begin{Bmatrix}\vec{R}\\ \overrightarrow{\mathcal{M}_O}\end{Bmatrix}$ *avec* $\begin{cases}\vec{R} = \overrightarrow{\Omega_1} - \overrightarrow{\Omega_2} = \omega_2\vec{x} - (-\omega_1\vec{y}) = \omega_2\vec{x} + \omega_1\vec{y}\\ \overrightarrow{\mathcal{M}_O} = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{\Omega_1} = \begin{vmatrix}\vec{x} & \vec{y} & \vec{z}\\ 0 & 0 & d\\ 0 & \omega_1 & 0\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}-d\omega_1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} = -d\omega_1\vec{x}\end{cases}$

$$\{T\} = {}_O\begin{Bmatrix}(\omega_1 + \omega_2)\vec{y}\\ -d\omega_1\vec{x}\end{Bmatrix}$$

**b)** *l'axe central* $(\Delta)$ *a même direction que la résultante* $\vec{R}$ *du torseur, c'est à dire* $\omega_2\vec{x} + \omega_1\vec{y}$.

*Le pied H de la perpendiculaire abaissée de O sur* $(\Delta)$ *est donnée par la relation* $\overrightarrow{OH} = \dfrac{\vec{R} \wedge \overrightarrow{\mathcal{M}_O}}{\vec{R}^2}$

$$\vec{R} \wedge \overrightarrow{\mathcal{M}_O} = \begin{vmatrix}\vec{x} & \vec{y} & \vec{z}\\ \omega_2 & \omega_1 & 0\\ -d\omega_1 & 0 & 0\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\\ d\omega_1^2\end{pmatrix}; \quad \vec{R}^2 = \vec{R}.\vec{R} = \omega_2^2 + \omega_1^2 + 0 = \omega_1^2 + \omega_2^2$$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{OH} = \begin{pmatrix}0\\ 0\\ \dfrac{d\omega_1^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\end{pmatrix} = \frac{d\omega_1^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\vec{z}$$

*Le moment central est, par exemple, le moment au point H:* $\overrightarrow{\mathcal{M}_H} = \overrightarrow{\mathcal{M}_O} + \overrightarrow{HO} \wedge \vec{R}$

$$\overrightarrow{HO} = -\overrightarrow{OH} = \begin{pmatrix}0\\ 0\\ \dfrac{-d\omega_1^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\end{pmatrix}; \quad \vec{R} = \begin{pmatrix}\omega_2\\ \omega_1\\ 0\end{pmatrix} \quad \rightarrow \overrightarrow{HO} \wedge \vec{R} = \begin{vmatrix}\vec{x} & \vec{y} & \vec{z}\\ 0 & 0 & \dfrac{-d\omega_1^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ \omega_2 & \omega_1 & 0\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}d\dfrac{\omega_1^3}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ -d\dfrac{\omega_1^2\omega_2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_H} = \begin{pmatrix}-d\omega_1\\ 0\\ 0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}d\dfrac{\omega_1^3}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ d\dfrac{\omega_1^2\omega_2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-d\omega_1 + d\dfrac{\omega_1^3}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ d\dfrac{\omega_1^2\omega_2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dfrac{-d\omega_1(\omega_1^2 + \omega_2^2) + d\omega_1^3}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ d\dfrac{\omega_1^2\omega_2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\dfrac{-d\omega_1^3 - d\omega_1\omega_2^2 + d\omega_1^3}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ d\dfrac{\omega_1^2\omega_2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ 0\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}\dfrac{-d\omega_1\omega_2^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ d\dfrac{\omega_1^2\omega_2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}\\ 0\end{pmatrix} = \frac{-d\omega_1\omega_2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}(\omega_2\vec{x} + \omega_1\vec{y})$$ *vecteur de même direction que la résultante* $\vec{R}$ *du torseur*

*Remarque : L'axe central* $(\Delta)$ *définit l'inclinaison des dents des roues de l'engrenage par rapport à leur axe de rotation.*

*Le moment central représente la vitesse de glissement entre les dents de l'engrenage lors du fonctionnement, ou bien la vitesse de coupe en taillage par* < fraise mère> *lorsqu'une roue est remplacée par un outil équivalent.*