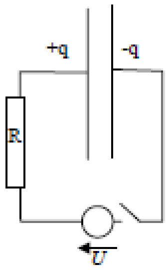
## 3. Problème de la fermeture des courants – Courant de déplacement

Le problème maintenant est de traiter de la continuité du courant lorsque les charges s'accumulent quelque part.

Pour illustrer le phénomène, on considère un circuit électrique avec un générateur de tension. Ce circuit est interrompu par la présence d'un condensateur plan, d'armatures très grandes et de faible épaisseur.




On considère pour simplifier que les plaques du condensateur sont chargées de façon uniforme. (Ce qui est raisonnable sauf sur les bords des plaques)

Le champ $\vec{E}$ créé par une seule plaque infinie qui porte une densité surfacique de charge uniforme $\sigma$ est, au milieu de la plaque, dirigé perpendiculairement à la plaque et constant dans chacun des deux demi-espaces séparés par la plaque.

Le théorème de Gauss $\iint_{(S)} \vec{E}(M)\hat{n}dS = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$ permet de montrer que ce champ a une amplitude égale à $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

Pour une plaque qui porte une charge opposée, l'amplitude est la même mais le champ est dirigé vers la plaque.

Si on considère le système composé de deux plaques (le condensateur), on obtient, en première approximation, un champ nul à l'extérieur des armatures et égale à $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ à l'intérieur.

Le circuit est fermé à l'instant $t=0$, les charges s'accumulent sur les plaques tant que la charge maximale n'est pas atteinte. Le circuit est physiquement ouvert par le condensateur et aucune charge ne circule réellement à l'intérieur du condensateur. Cependant pendant le processus de charge, un courant $I$ circule dans le fil puisque des charges parviennent aux plaques du conducteur.

Il est possible de montrer que tout se passe comme s'il circulait un courant dit de déplacement $\vec{j_d} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ dans l'espace vide entre les armatures du condensateur.

Dans le fil circule une intensité $I = j_c S_o$. $S_0$ étant la section droite du fil électrique et $j_c$ la densité de courant de conduction dans le fil. Pendant un temps $dt$, la charge $dq = Idt$ s'accumule sur l'armature, il en résulte une augmentation de la densité surfacique de charge $d\sigma = \frac{dq}{S} = I\frac{dt}{S}$ et donc une augmentation du champ électrique entre les plaques $dE = \frac{d\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{dq}{\varepsilon_0 S} = I\frac{dt}{\varepsilon_0 S}$. Le courant $I$ est celui qui serait mesuré par un ampèremètre sur le fil et correspond bien à la quantité de charges qui arrive sur la plaque par unité de temps. Ce courant $I$ est lié à une variation de champ électrique $I = \varepsilon_0 S \frac{\partial E}{\partial t}$ à l'intérieur du condensateur avec $I = j_d S$.

Tout se passe bien comme si le courant continuait à circuler à travers le condensateur avec une densité de courant égale à $j_d$ dans les plaques du condensateur.

Entre les plaques, le courant ne peut circuler, il se traduit pas un courant de déplacement $\vec{j_d} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Formellement c'est l'ensemble $j = j_c + j_d$ qui se conserve sans puits, ni source dans tout le circuit. En effet, $div\left(\vec{j_d} + \vec{j_c}\right) = div\left(\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j_c}\right) = 0$

On voit que la relation fondamentale de conservation du flux de la densité de courant sera conservée si on l'applique à une densité de courant total égale à la somme de la densité de courant vrai (appelé courant de conduction) et d'une densité de courant fictif appelé courant de déplacement

On déduit la quatrième équation de Maxwell $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0\left(\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j_c}\right)$