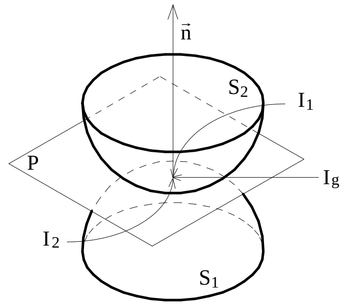
1.1 - Cinématique des solides en contact ponctuel

1.1.1 - Degrés de liberté



Considérons un solide S_1 en contact ponctuel avec un solide S_2, et notons $[P]$ le plan tangent commun aux deux solides. On appelle $\vec{n}$ le vecteur unitaire normal à $[P]$.

On peut définir à un instant donné 3 points coïncidents :

- $I_1 \in S_1$
- $I_2 \in S_2$
- $I_g \in [P]$ point géométrique de contact.

La trajectoire du point I_g dans son mouvement par rapport au solide S_1 est située sur la surface enveloppe de S_1. Il s'ensuit que $\vec{V}_{(I_g/1)} \in [P]$. De même la trajectoire du point I_g dans son mouvement par rapport au solide S_2 est située sur la surface enveloppe de S_2 et donc $\vec{V}_{(I_g/2)} \in [P]$.

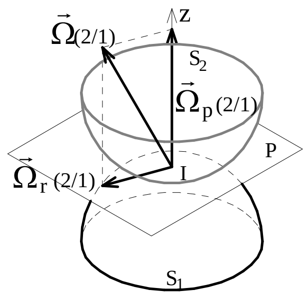
Rq : les vecteurs $\vec{V}_{(I,1/0)}$ et $\vec{V}_{(I,2/0)}$ n'appartiennent pas a priori au plan [P] mais dépendent de la nature des mouvements de S_1 et S_2.

Supposons S_1 fixe. Le solide S_2 peut tourner par rapport à S_1. Il possède donc trois degrés de liberté en rotation et il faut trois paramètres angulaire pour positionner S_2 par rapport à S_1. Il peut par ailleurs se déplacer en translation le long des axes du plan $[P]$ et possède donc deux degrés de liberté en translation. Pour positionner S_2 par rapport à S_1, il faut donc 5 paramètres.

1.1.2 - Torseur distributeur des vitesses de S_2 par rapport à S_1

On étudie le mouvement relatif de S_2 par rapport à S_1.

Le torseur est de la forme $[V_{2/1}] = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{(2/1)} \\ \vec{V}_{(I,2/1)} \end{Bmatrix}_I$.



- On appelle **vecteur rotation de pivotement** le vecteur $\vec{\Omega}_{p\,(2/1)} = \text{proj}_{\vec{n}}\left(\vec{\Omega}_{(2/1)}\right)$, autrement dit $\vec{\Omega}_{p\,(2/1)} = \left(\vec{\Omega}_{(2/1)}.\vec{n}\right)\vec{n}$
- On appelle **vecteur rotation de roulement** le vecteur $\vec{\Omega}_{r\,(2/1)} = \text{proj}_{[P]}\left(\vec{\Omega}_{(2/1)}\right)$.

  On peut écrire $\boxed{\vec{\Omega}_{(2/1)} = \vec{\Omega}_{p\,(2/1)} + \vec{\Omega}_{r\,(2/1)}}$
- On appelle **vecteur vitesse de glissement** le vecteur $\vec{V}_{(I,2/1)}$ (notée aussi $\vec{V}_{g\,(2/1)}$). On peut écrire $\boxed{\vec{V}_{(I,2/1)} = \vec{V}_{(I_g/1)} - \vec{V}_{(I_g/2)}}$ d'où on déduit (voir remarque ci-dessus) $\vec{V}_{(I,2/1)} \in [P]$ ou $\boxed{\vec{V}_{(I,2/1)}.\vec{n} = 0}$.

Si S_1 et S_2 sont tous les deux en mouvement dans un repère R_0, l'application de la loi de composition des vitesses donne $\boxed{\vec{V}_{(I,2/1)} = \vec{V}_{(I,2/0)} - \vec{V}_{(I,1/0)}}$.

- On appelle **vecteur vitesse de dérapage** le vecteur $\vec{V}_{d\,(2/1)} = \text{proj}_{\vec{\Omega}_{r\,(2/1)}}\left(\vec{V}_{(I,2/1)}\right)$

Rq : Pour déterminer $\vec{V}_{(I,2/1)}$ (ou $\vec{V}_{(I,2/0)}$ ou $\vec{V}_{(I,1/0)}$), il est déconseillé de dériver le vecteur position car on risque de confondre les trois points I_1, I_2 et I_g. Il est préférable d'utiliser la loi du champ des vitesses d'un solide ($\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}$).

Si la vitesse de glissement de S_2 par rapport à S_1 est nulle, alors on dit que S_2 **roule sans glisser** sur S_1. On a $\boxed{\vec{V}_{(I,2/1)} = \vec{0}}$.