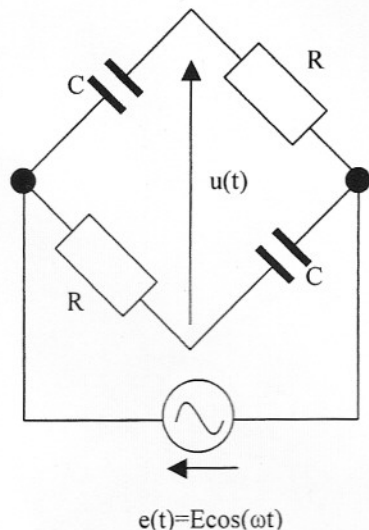


Exercice 2 : étude d'un montage « 2R-2C » en régime sinusoïdal permanent (10 points)

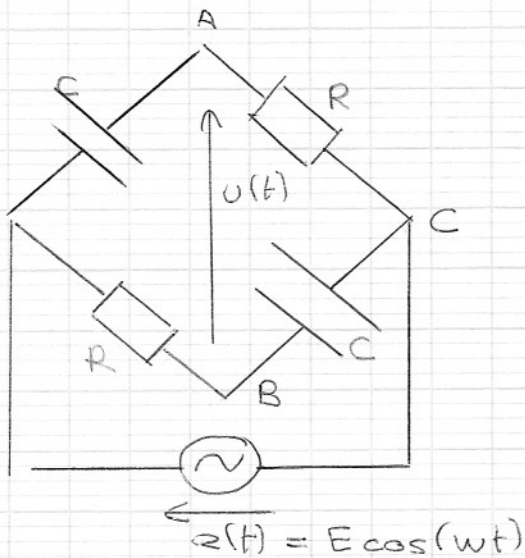
On considère le circuit ci-dessous, composé de 2 condensateurs identiques de capacité C et de 2 dipôles résistifs réglables mais ayant tous deux la même résistance R . On cherche à connaître l'effet du montage entre $e(t)$, tension appliquée en entrée (que l'on assimile à un générateur idéal de tension) et $u(t)$, tension récupérée en sortie du montage. On pose $x = RC\omega$.



- 1) Déterminer le rapport $\overline{H(x)} = \frac{\overline{U}}{\overline{E}}$ entre les amplitudes complexes associées à $u(t)$ et $e(t)$, en fonction de x (ce rapport est appelé *fonction de transfert*).
- 2) Que vaut le module $|\overline{H(x)}|$? Montrer que $\text{Arg}(\overline{H(x)})$ s'exprime simplement en fonction de x .
- 3) Dédire des résultats du 2) un nom pouvant qualifier ce montage.
- 4) En déduire la valeur de x pour que $u(t)$ soit déphasé de $-\frac{\pi}{4}$ par rapport à $e(t)$. AN : Si $e(t)$ est la tension prise au secteur (50Hz) et $C = 1 \mu\text{F}$, déterminer numériquement la valeur de R adéquate pour obtenir un tel déphasage.

FIN de l'épreuve

Etude d'un montage "2R-2C" en régime sinusoïdal forcé



$$\begin{aligned}
 1) \quad U_{AB} &= U_{AC} + U_{CB} \\
 &= \frac{\overline{Z_R}}{\overline{Z_R} + \overline{Z_C}} \overline{E} - \frac{\overline{Z_C}}{\overline{Z_R} + \overline{Z_C}} \overline{E} \\
 &= \frac{\overline{Z_R} - \overline{Z_C}}{\overline{Z_R} + \overline{Z_C}} \overline{E}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Donc } H(x) &= \frac{\overline{U}}{\overline{E}} = \frac{\overline{Z_R} - \overline{Z_C}}{\overline{Z_R} + \overline{Z_C}} \\
 &= \frac{R - (-j/c\omega)}{R - j/c\omega} \\
 &= \frac{R - j}{c\omega} \\
 &= \frac{RC\omega + j}{c\omega} \\
 &= \frac{RC\omega - j}{c\omega} \\
 &= \frac{RC\omega + j}{RC\omega - j} \\
 &= \frac{x + j}{x - j} \\
 &= \frac{(-x + j)^2}{(x + j)(x - j)} = \frac{(x + j)^2}{x^2 + 1} = \frac{x - 1 + 2xj}{x^2 + 1}
 \end{aligned}$$

$$2) |H(x)| = \sqrt{\left(\frac{x-1+2xj}{x^2+1}\right)^2} = \frac{x-1+2xj}{x^2+1}$$

$$\begin{aligned}\text{Arg}(\overline{H(x)}) &= \text{Arctan}\left(\frac{\frac{2x}{x^2+1}}{\frac{x-1}{x^2+1}}\right) \\ &= \text{Arctan}\left(\frac{2x}{x-1}\right)\end{aligned}$$

$$4) u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} = \text{Arctan}\left(\frac{2x}{x-1}\right)$$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{\pi}{4} = \frac{2x}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{2x}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 2x$$

$$\Leftrightarrow -x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

A.N:

$$R = \frac{x}{\omega} = \frac{-1}{50 \times 2\pi \times 1.10^{-6}}$$