
GÉNIE MARIN ET MÉTEO

La météorologie est l'étude des phénomènes atmosphériques tels les nuages, les dépressions et les précipitations pour comprendre comment ils se forment et évoluent. C'est une discipline qui traite principalement de la mécanique des fluides appliquée à l'air mais qui fait usage de différentes autres branches de la physique et de la chimie.

Elle permet donc d'établir des prévisions météorologiques en s'appuyant sur des modèles mathématiques à court comme à long terme. Elle est également appliquée pour la prévision de la qualité de l'air, pour les changements climatiques et pour l'étude dans plusieurs domaines de l'activité humaine (construction, trafic aérien, etc.)

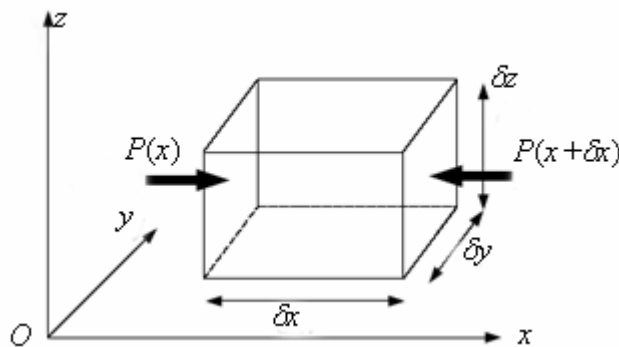
DIRECTION DES VENTS

Nous allons démontrer mathématiquement maintenant quelque chose de tout à fait intuitif : que les vents se déplacent des hautes vers les basses pressions (c'est bête comme ça mais il faut quand même le montrer).

Nous savons (cf. chapitre de mécanique des milieux continus) que la force de pression s'exerçant sur une surface S est normale à cette surface et vaut sous forme scalaire $P \cdot S$.

Pour une parcelle d'air de volume $dV = \delta x \delta y \delta z$ la force de pression totale selon la direction x vaut alors :

$$F_p = P(x) \cdot \delta y \delta z - P(x + \delta x) \delta y \delta z$$



De plus, nous avons (cf. chapitre de calcul différentiel et intégral) :

$$\frac{P(x + \delta x) - P(x)}{\delta x} = \frac{\partial P}{\partial x}$$

Donc :

$$F_p = P(x) \cdot \delta y \delta z - P(x + \delta x) \delta y \delta z = -\frac{\partial P}{\partial x} \delta x \delta y \delta z$$

La force de pression massique est donc :

$$f_p = \frac{F_p}{m} = \frac{F_p}{\rho \delta x \delta y \delta z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}$$

Nous pouvons faire le même calcul selon y. Finalement la force de pression horizontale massique sera donnée par :

$$\bar{f}_p = -\frac{1}{\rho} \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{1}{\rho} \bar{\nabla} P$$

Ainsi, la force de pression (massique ou non) est opposée au gradient horizontal.

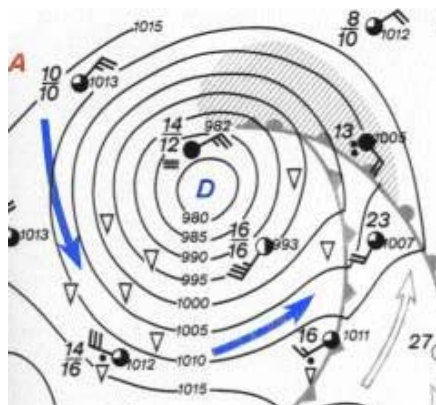
Elle est donc :

- Dirigée des hautes vers les basses pressions, perpendiculaire aux isobares
- Inversement proportionnelles à l'écartement des isobares.

Si nous relevons les valeurs de la pression atmosphérique en différents points du globe et qu'on nous relie entre eux les points de pression identique, nous obtenons une série de courbes, appelées "isobares". Le vent est directement déterminé par ce relief atmosphérique, puisque c'est un déplacement d'air entre des hautes vers les basses pressions.

La vitesse du vent est donc fixée par le gradient de pression : autrement dit, si la pression atmosphérique varie rapidement avec la distance, le vent soufflera fort, tandis qu'il sera faible dans un "marais" barométrique où cette pression reste quasiment inchangée sur de grandes distances. En résumé, plus les isobares sont rapprochées, plus le vent soufflera fort.

Les isobares sont traditionnellement indiquées par un pas de 5 millibar sur les cartes météo tel que le montre l'exemple ci-dessous :



Ensuite, les météorologues ont défini empiriquement (c'est sympathique pour la culture générale) une unité de mesure des vents qui n'est qu'une correspondance entre la force du vent et la distance séparant 2 isobares (5 en 5 mb) :

Distance entre isobares [km]	Unité [Beaufort]	Vitesse [m/s]
600 (brise légère)	2	1.6-3.3
500 (brise moyenne)	4	3.4-5.4
400 (brise fraîche)	5	8-10.7
300 (vent fort)	6	10.8-13.8
200 (grand vent)	7	13.9-17.1
100 (tempête)	9	20.8-24.4

MODÈLE ATMOSPHERIQUE EXPONENTIEL

Considérons que l'atmosphère est un fluide parfait dans un champ de gravité. Alors à partir de la relation du théorème de Bernoulli suivante démontrée dans le chapitre de mécanique des fluides (fluide statique) :

$$P = -\rho g z + c^{te}$$

Il vient alors :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

Ainsi, pour connaître la variation de pression avec l'altitude dans l'atmosphère ou la profondeur dans l'océan, nous avons pris comme hypothèse "l'équilibre hydrostatique", soit que la variation de pression avec la hauteur/profondeur est proportionnelle à la gravité et à la densité du fluide.

Ceci n'est bien évidemment pas valide dans le cas dans les mouvements rapides de convection, comme dans les orages, mais se vérifie assez bien dans les mouvements plus lents et à grande échelle: l'échelle synoptique.

Nous allons alors combiner cette dernière relation avec une équation d'état, par exemple celle du gaz parfait à la température T et de densité ρ dont les particules constituant ont pour masse m . Nous avons donc l'équation des gaz parfaits :

$$P \cdot V = nRT \Rightarrow P = \frac{nRT}{V} = \frac{\rho kT}{m} \Rightarrow \rho = \frac{mP}{kT}$$

Dans le cas isotherme (par exemple dans la stratosphère Terrestre, au-dessus de 10 km d'altitude où la température est quasi constante autour de -55 degrés Celsius), l'intégration s'effectue facilement :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{m \cdot P}{k \cdot T} g$$

Donc, à une pression donnée, le gradient vertical de pression est inversement proportionnel à la température.

Considérons maintenant la relation suivante :

$$\frac{dP}{P} = -\frac{g}{k \cdot T} dz \Rightarrow \ln(P) = -\frac{m \cdot g}{k \cdot T} z + c^{te}$$

En utilisant l'exponentielle :

$$P = c^{te} \exp\left(-\frac{mg}{kT} z\right) = P_0 e^{-\frac{mg}{kT} z}$$

La pression décroît donc exponentiellement avec l'altitude. P_0 étant la pression au niveau du sol.

Revenons aussi à la relation :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{m \cdot P}{k \cdot T} g$$

Elle peut bien évidemment aussi s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial z}{\partial P} = -\frac{k}{m \cdot P \cdot g} T$$

qui nous dit que la distance z entre les surfaces isobares est directement proportionnel à la température.

EQUATION HYPSONOMÉTRIQUE

Nous avons donc pour l'équilibre hydrostatique :

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{m \cdot P}{k \cdot T} g = -\frac{g \cdot P}{T \cdot R}$$

Nous pouvons intégrer cette relation si nous connaissons T en fonction de P ou z . La mesure directe de P dans la pratique est plus facile (les altimètres simples sont en fait des baromètres).

Nous pouvons alors séparer les variables :

$$RT \frac{dP}{P} = -g dz$$

En intégrant entre deux niveaux a et b :

$$R \int_a^b T d(\ln(P)) = - \int_a^b g dz$$

Puisque :

$$\frac{d(\ln(P))}{dP} = \frac{1}{P} \Rightarrow d(\ln(P)) = \frac{dP}{P}$$

Ensuite pour continuer nous allons utiliser une astuce. Nous allons définir la température moyenne par la relation :

$$\langle T \rangle = \frac{\int_a^b T d(\ln(P))}{\int_a^b d(\ln(P))}$$

Ce qui nous permet alors d'écrire :

$$R \int_a^b T d(\ln(P)) = R \int_a^b T d(\ln(P)) \frac{\int_a^b d(\ln(P))}{\int_a^b d(\ln(P))} = R \langle T \rangle \int_a^b d(\ln(P)) = - \int_a^b g dz$$

Soit :

$$g(z_a - z_b) = R \langle T \rangle \ln \left(\frac{P_b}{P_a} \right)$$

cette relation est appelée "équation hypsométrique" (du grec "hypso" pour "hauteur").

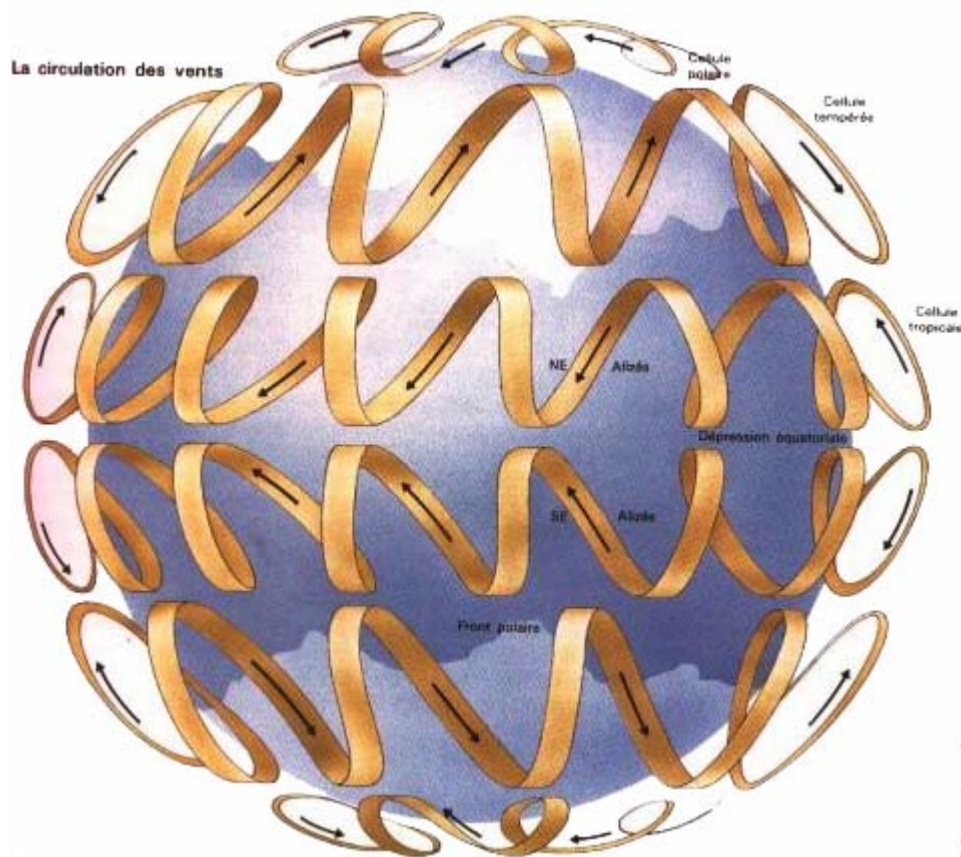
Remarque : En météorologie, z_b est posé comme étant égal à 0 au niveau de la mer où la pression P_b est supposée connue. Ainsi, nous avons trois paramètres libres. En en connaissant deux sur les trois il est facile de déterminer le troisième. A l'armée, par exemple, les ballons sondes donnent la température et la hauteur du ballon et les militaires au sol mesurent z_b et P_b . Ensuite toutes ces informations sont communiquées aux chars d'assaut qui peuvent calculer la pression P_a à différentes hauteurs et donc l'influence de celle-ci sur la trajectoire de leurs obus... via la différence de force :

CYCLONGENESE ET ANTICYCLOGENESE

L'essentiel de la masse atmosphérique est contenu dans les 20 premiers kilomètres d'altitude, si bien que la météorologie à grande échelle se déroule sur une mince coquille sphérique (assimilable à de la mécanique des fluides bi-dimensionnelle).

Le moteur de la circulation atmosphérique dans les tropiques est le réchauffement solaire. À cause de l'inclinaison de 23.5 degrés de l'axe de rotation de la Terre, le Soleil n'est jamais plus qu'à quelques dixièmes de degré du zénith à midi tout au long de l'année dans les tropiques ce qui donne un maximum de réchauffement autour de l'équateur géographique.

Il faut donc distinguer la circulation au voisinage des tropiques, caractérisée par de forts mouvements verticaux, dus aux convections thermiques, et la circulation des latitudes moyennes, faites quasiment que de mouvements horizontaux :



Supposons un moment que nous arrêtons complètement le mouvement de l'air dans l'atmosphère relativement à la surface de la planète, et que nous le laissions ensuite recommencer à tourner d'Ouest en Est (de gauche à droite sur les images) partir du repos. La force du gradient de pression pousse l'air à se mouvoir des régions de haute pression vers les régions de basse pression (appel du vide). Ces mouvements de convections sont appelés des "cellules de Hadley".

Toutefois, dès que le mouvement s'amorce la force de Coriolis (due à la rotation de la Terre) dévie donc les vents Nord-Sud en direction de l'Ouest et les vents Sud-Nord vers l'Est pour un observateur se situant au Pôle Nord. Nous observons dès lors la formation de cyclones tournants dans le sens contraires des aiguilles d'une montre dans l'hémisphère Nord et inversement dans l'hémisphère Sud (à cause de la direction du vecteur $\vec{\omega}$ dans cette partie de l'hémisphère).

Plus la vitesse de l'air augmente, plus la force de Coriolis augmente de concert en accentuant la déviation. Éventuellement la force de Coriolis atteint une valeur égale et opposée à celle de la force du gradient de pression, produisant ainsi un écoulement d'une vitesse constante (sans accélération), parallèle aux isobares définissant ainsi la limite géométrique de la cellule de Hadley. C'est ce qu'on appelle "l'équilibre géostrophique". En pratique, l'écoulement en dehors des tropiques est presque toujours en quasi-équilibre géostrophique.

En l'absence d'observations de vent, les météorologues peuvent estimer la force du vent en un point donné en mesurant sur une carte d'analyse météo le gradient de pression et la latitude.

L'approximation géostrophique est purement diagnostique. Elle n'a pas de valeur prédictive car son équation ne contient aucun terme de changement.

Dans les tropiques, où la force de Coriolis est de plus en plus faible jusqu'à être nulle à l'équateur, ce sont d'autres forces, comme la force centrifuge, qui viennent équilibrer la force de gradient de pression.

C'est ce que nous allons démontrer ici mathématiquement à l'aide de la mécanique des milieux continus (fluides) et la mécanique classique (voir chapitres correspondants).

Nous savons que dans notre système intervient donc les forces de pression (gradient), les forces centrifuges, les forces de pesanteur (gravité). Forces auxquelles il ne faut pas oublier d'ajouter la force (accélération) de Coriolis interne au système (cyclone) de pulsation $\vec{\omega}$:

$$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}$$

et la force de Coriolis par unité de masse de fluide de la manière suivante relativement à la pulsation $\vec{\Omega}$ de la Terre :

$$\vec{a}_C = 2\vec{\Omega} \times \vec{v}$$

Ainsi, comme nous le savons (cf. chapitre de mécanique classique), la force de Coriolis va tendre à dévier tout mouvement descendant vers la droite (Est) dans l'hémisphère Nord et tout mouvement montant vers la gauche (Ouest) dans l'hémisphère Sud (selon que l'on se place dans la direction du fluide en mouvement selon la figure précédente).

C'est ainsi que l'air à la base des cellules de Hadley, voyageant à basse altitude du tropique vers l'équateur sera dévié vers l'Ouest pour donner les Alizés de vents d'Est.

Nous avons par ailleurs démontré dans le chapitre de mécanique des milieux continus une forme particulière de l'équation d'Euler de 2ème forme qui était :

$$d_t \vec{v} + \vec{\nabla} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + U \right) + 2\vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{0}$$

Remaniée, cette relation s'écrit aussi :

$$\vec{\nabla} p = \rho \left(-\vec{\nabla} U - \left(d_t \vec{v} + \vec{\nabla} \frac{v^2}{2} + 2\vec{\omega} \times \vec{v} \right) \right)$$

Or, nous avons aussi démontré que :

$$-\vec{\nabla} U = \vec{g}$$

Il vient :

$$\bar{\nabla} p = \rho \left(\bar{g} - \left(d_t \bar{v} + \bar{\nabla} \frac{v^2}{2} + 2\bar{\omega} \times \bar{v} \right) \right)$$

Il s'agit donc de l'équation définissant la pression à l'intérieur du fluide considéré comme isolé. A cette relation, il faut donc encore soustraire les forces de pression de Coriolis dues au référentiel géocentrique pour obtenir la dynamique du système "cyclone" :

$$\vec{F}_C = \rho 2\vec{\Omega} \times \bar{v}$$

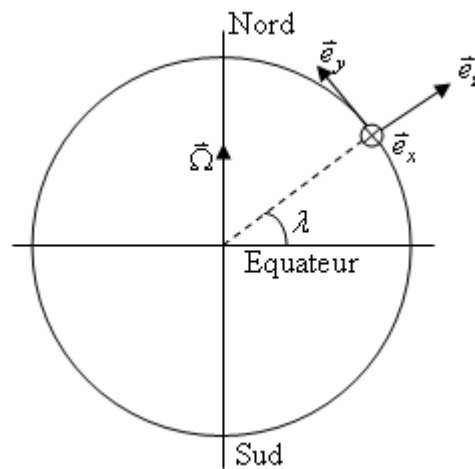
Ce qui donne finalement :

$$\bar{\nabla} p = \rho \left(\bar{g} - \left(d_t \bar{v} + \bar{\nabla} \frac{v^2}{2} + 2\bar{\omega} \times \bar{v} + 2\vec{\Omega} \times \bar{v} \right) \right)$$

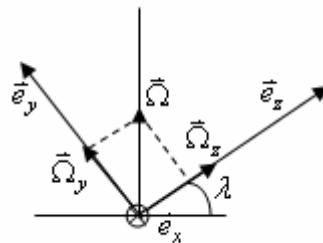
Soit sous forme condensée traditionnelle :

$$\bar{\nabla} p = \rho (\bar{g} - (\bar{a} + \bar{a}_C))$$

Représentons maintenant la Terre dans une tranche Nord-Sud :



Si nous agrandissons le repère lié au cyclone et y translatons le vecteur pulsation de la Terre nous avons :



Soit :

$$\vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \|\vec{\Omega}\| \cos(\lambda) \\ \Omega_z \cos(\pi/2 - \lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega \cos \lambda \\ \Omega \sin \lambda \end{pmatrix}$$

Nous avons donc :

$$2\vec{\Omega} \times \vec{v} = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ \Omega \cos \lambda \\ \Omega \sin \lambda \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = 2\Omega \begin{pmatrix} v_z \cos \lambda - v_y \sin \lambda \\ v_x \sin \lambda \\ v_x \cos \lambda \end{pmatrix}$$

Comme nous étudions les mouvements (quasi) horizontaux dans l'atmosphère à cette latitude, nous pouvons considérer que les particules de fluide sont assujetties à demeurer dans le plan horizontal $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$. Les composantes de la force de Coriolis pour un mouvement plan sont alors ($v_z = 0$) :

$$\vec{a}_C = 2\vec{\Omega} \times \vec{v} = 2\Omega \begin{pmatrix} v_z \cos \lambda - v_y \sin \lambda \\ v_x \sin \lambda \\ v_x \cos \lambda \end{pmatrix} = 2\Omega \sin \lambda \begin{pmatrix} -v_y \\ v_x \\ 0 \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} -v_y \\ v_x \\ 0 \end{pmatrix}$$

où f est appelé "paramètre de Coriolis". Donc la force de Coriolis en océanographie et en météorologie est traditionnellement notée :

$$F_C = \rho f v$$

Le nombre f , positif dans l'hémisphère Nord, négatif dans l'hémisphère Sud, varie de 0 à 1.458 aux pôles alors que la force est de l'ordre du millième de Newton pour les masse de fluide (courants océaniques) et du même ordre de grandeur (car la vitesse compense la faible densité) pour les gaz (courants atmosphériques).

Nous appliquons maintenant l'approximation de l'équilibre géostrophique, c'est-à-dire que nous considérons que l'air est animé d'un mouvement rectiligne uniforme (vent géostrophique), en d'autres termes, nous négligeons l'action de la force centrifuge due à la rotation du tourbillon devant celle de la force de Coriolis due à la rotation de la Terre, ce qui revient à supposer que :

$$f \cdot v \gg R \cdot \omega^2$$

avec R étant le rayon du tourbillon et ω sa pulsation. Puisque (cf. chapitre de mécanique classique) :

$$\omega = v / R$$

cette dernière inégalité devient :

$$\frac{v}{f \cdot R} \ll 1$$

où :

$$R_o = \frac{v}{f \cdot R}$$

est appelé le "nombre de Rossby" et n'a pas de dimensions.

Remarque : Pour les moyennes latitudes ($\lambda = 45^\circ$), l'expérience et les mesures donnent $f = 10^{-4} [m/s]$ et $v = 10 [m/s]$. La valeur limite pour laquelle $R_o = 1$ est $R = 100 [km]$.

Pour une échelle supérieure, comme c'est le cas pour les **anticyclones (dépression) ??** **dépression ou non vérifier sur wikipedia??** où $R \approx 100 [km]$, nous sommes donc proche de l'équilibre géostrophique. Pour une échelle inférieure, Coriolis est négligeable et le vent est accéléré des hautes vers les basses pressions.

Ce nombre représente donc le rapport entre les forces d'inerties et les forces dues à la rotation qui caractérisent le mouvement d'un fluide dans un repère tournant.

Ainsi, nous pouvons faire la différence entre un écoulement géophysique à fort nombre de Rossby ou à faible nombre de Rossby. Si le nombre de Rossby est très supérieur à l'unité, alors les forces de Coriolis dues par exemple à la rotation terrestre sont négligeables devant l'inertie de l'écoulement. Dans le cas contraire d'un nombre de Rossby très inférieur à l'unité, les forces de Coriolis dominent le mouvement du fluide.

Ainsi, si on se rapproche de l'équateur f tendant vers 0 le nombre de Rossby devient très grand et aux pôles il devient très faible.

Dans le cadre de cette approximation, notre équation d'Euler peut alors s'écrire sous la forme :

$$\bar{\nabla} p \cong \rho(\bar{g} - \bar{a}_C) = \rho(\bar{g} - 2\bar{\Omega} \times \bar{v})$$

et puisque nous nous intéressons qu'au plan horizontal de l'atmosphère cela se simplifie encore plus sous la forme :

$$\bar{\nabla}_{x,y} p \cong -\rho 2(\bar{\Omega} \times \bar{v})_{x,y} = -\rho f \begin{pmatrix} -v_y \\ v_x \end{pmatrix}$$

Soit totalement sous forme vectorielle développée et en reprenant la majuscule P pour la pression comme il est d'usage en météorologie :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \end{pmatrix} = -\rho f \begin{pmatrix} -v_y \\ v_x \end{pmatrix}$$

Il vient ainsi que :

$$\begin{pmatrix} -v_y \\ v_x \end{pmatrix} = -\frac{1}{\rho f} \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial y} \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho f} \begin{pmatrix} -\frac{\partial P}{\partial x} \\ -\frac{\partial P}{\partial y} \end{pmatrix}$$

soit :

$$\begin{pmatrix} v_y \\ v_x \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho f} \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ -\frac{\partial P}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Donc sous forme conventionnelle :

$$\vec{v}_{x,y} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho f} \begin{pmatrix} -\frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial x} \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho f} \vec{e}_z \times (\vec{\nabla} P)$$

La norme étant donnée par :

$$v = \|\vec{v}_{x,y}\| = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \sqrt{\left(-\frac{1}{\rho f} \frac{\partial P}{\partial y}\right)^2 + \left(-\frac{1}{\rho f} \frac{\partial P}{\partial x}\right)^2} = \frac{1}{\rho f} \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2}$$

Soit :

$$v = \frac{1}{\rho f} \frac{dP}{dR}$$

relation qui est appelée "équation des vents (géostrophiques)"

Quatre scénarios sont à considérer :

1. Nous sommes dans l'hémisphère Nord et donc f est positif. Supposons que dP/dR soit positif, la pression augmente alors en s'éloignant du centre du tourbillon (qui lui est donc un minimum de basse pression). Dès lors v est positif et nous avons un tourbillon appelé "dépression" dans l'hémisphère Nord. Ainsi, le fluide (le vent) souffle autour de la dépression dans le sens antihoraire (vers l'Ouest) dans l'hémisphère Nord.

Définitions :

D1. Une "dépression" est une zone où la pression atmosphérique diminue horizontalement vers un centre de basse pression, c'est-à-dire un minimum local de pression.

D2. Les systèmes atmosphériques intenses à circulation autour d'un centre fermé de basse pression reçoivent systématiquement le terme plus général de "cyclone" ou de "cyclone tropical"

Remarque : On associe les dépressions au mauvais temps, car la dynamique qui entoure une dépression présuppose l'existence de courants ascendants (peuvent difficilement entrer dans le sol donc la seule voie d'échappement est le haut!) qui provoquent des nuages et de la précipitation. De plus, le gradient de pression autour d'une dépression peut engendrer de forts vents.

2. Nous sommes toujours dans l'hémisphère Nord et donc f est positif. Supposons que dP/dR soit cette fois négatif, la pression diminue alors en s'éloignant du centre du tourbillon (qui lui est donc un maximum de haute pression). Dès lors v est négatif et nous avons un tourbillon appelé "haute-pression" dans l'hémisphère Nord. Ainsi, le fluide (le vent) souffle autour de la haute-pression dans le sens horaire (vers l'Est) dans l'hémisphère Nord.

Définitions :

D1. Une "haute-pression" est une zone où la pression atmosphérique augmente horizontalement vers un centre de haute pression, c'est-à-dire un maximum local de pression.

D2. Les systèmes atmosphériques intenses à circulation autour d'un centre fermé de haute pression reçoivent systématiquement le terme plus général de "anticyclone".

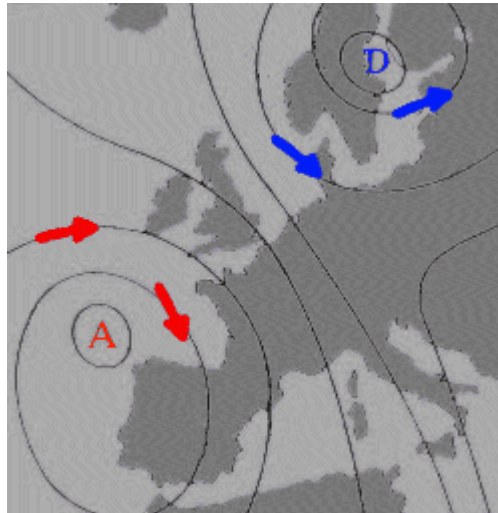
Remarque : Les anticyclones généralement apportent du beau temps et des ciels clairs. La dynamique atmosphérique fait en sorte que l'air aux altitudes moyennes y est relativement chaud et sec, et donc sans nuages.

3. Nous sommes toujours dans l'hémisphère Sud et donc f est négatif. Supposons que dP/dR soit positif, la pression augmente alors en s'éloignant du centre du tourbillon. Dès lors v est négatif et nous avons un tourbillon appelé "haute-pression" (ou "anticyclone") dans l'hémisphère Sud. Ainsi, le fluide (le vent) souffle autour de la haute-pression mais dans le sens antihoraire (vers l'Ouest) dans l'hémisphère Sud.

4. Nous sommes toujours dans l'hémisphère Sud et donc f est négatif. Supposons que dP/dR soit négatif, la pression diminue alors en s'éloignant du centre du tourbillon. Dès lors v est positif et nous avons un tourbillon appelé "basse-pression" (ou "cyclone") dans l'hémisphère Sud. Ainsi, le fluide (le vent) souffle autour de la basse-pression dans le sens horaire (vers l'Est) dans l'hémisphère Sud.

Remarque : Il est donc possible de dire de manière générale sur les grandes dimensions que le vent arrive des hautes pressions (Anticyclone) pour se diriger vers les basses pressions (Dépression).

Voici un exemple d'une image de dépression (anticyclone) et haute-pression (cyclone) dans l'hémisphère Nord tel que le représentent les professionnels de la météorologie :



Nous pouvons effectivement observer que la dépression (D) tourne dans le sens antihoraire et la haute-pression (A) dans le sens horaire (et inversement dans l'hémisphère Sud).

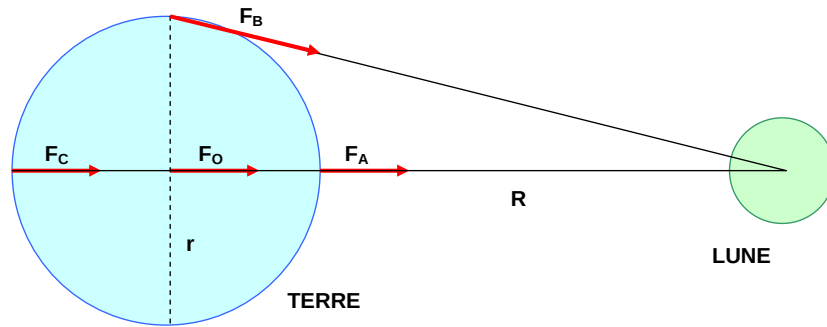
Remarque : L'air au centre d'un anticyclone (A) descend vers la surface, subissant une compression et par conséquent un échauffement. Pour une dépression (D), c'est le phénomène inverse qui se produit.

MARÉES

Parmi les phénomènes de la nature, la marée est l'un des plus majestueux par son ampleur et par sa puissance; l'un des plus surprenants par sa régularité et par la discrétion de ses causes. On comprend sans peine non seulement qu'il se soit imposé à l'attention des navigateurs mais encore qu'il ait, depuis la plus lointaine antiquité, suscité les recherches des savants les plus émérites.

Pour aborder le sujet des marées de manière simple, nous pouvons partir d'un constat logique : Si l'attraction lunaire était identique en chaque point de la Terre, il n'y aurait pas de marées. Il faut donc aborder l'étude des marées sur les différences de forces.

Considérons pour l'étude du phénomène une masse d'eau m à l'équateur et aux pôles. Nous allons calculer la force d'attraction sur cette masse par rapport au centre de la Terre et en prenant en compte l'influence de la Lune de masse M_L .



Commençons par calculer la force f_a à l'équateur au point le plus proche de la Lune relativement à la figure ci-dessus.

Nous avons :

$$\begin{aligned}\Delta F_L &= F_A - F_0 = G \frac{mM_L}{(R-r)^2} - G \frac{mM_L}{R^2} = GmM_L \frac{R^2 - (R-r)^2}{R^2(R-r)^2} \\ &= GmM_L \frac{R^2 - R^2 + 2Rr - r^2}{R^4 - 2R^3r + R^2r^2} \cong GmM_L \frac{2Rr}{R^4} = 2GmM_L \frac{r}{R^3} = 2f\end{aligned}$$

en considérant que $R \gg r$ et en notant la "force de marée statique" :

$$f = GmM \frac{r}{R^3}$$

Une application numérique pour une masse m de 1 kilo donne :

$$f = 1 \cdot 10^{-6} [m \cdot s^{-2}]$$

Sous forme vectorielle nous avons bien évidemment :

$$\Delta \vec{F}_L = 2GmM_L \frac{r}{R^2} \frac{\vec{R}}{\|\vec{R}\|}$$

Comme la distance Terre-Lune atteint environ 60 rayons terrestres, l'intensité de l'accélération varie à peu près linéairement (...) le long de la portion terrestre d'une droite passant par le centre de la Lune. C'est notamment le cas pour le segment qui relie les deux points antipodaux A et C de la figure ci-dessus. Nous pouvons donc écrire, O désignant le centre de la Terre :

$$\begin{aligned}\vec{F}_A &\cong \vec{F}_0 + \Delta \vec{F}_L \\ \vec{F}_C &\cong \vec{F}_0 - \Delta \vec{F}_L\end{aligned}$$

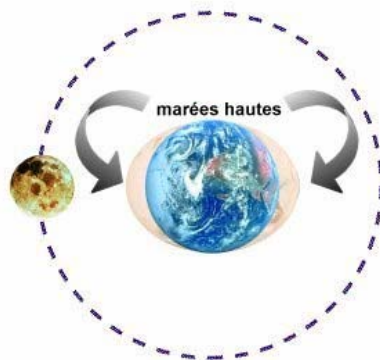
Nous devons maintenant séparer les deux contributions de la Lune.

- La force $\vec{F}_0$ qui s'applique sur le centre de masse G est donc uniforme à la planète par construction. C'est cette force qui est responsable de la révolution de notre planète autour du centre de masse commun aux astres.

- Le terme résiduel $\pm \Delta \vec{F}_L$ se superpose et prend des valeurs opposées aux antipodes. Elle est responsable des marées (en première approximation dans ce modèle simpliste).

Ainsi, la force due à la Lune est de signes opposés sur l'horizontale. Nous avons alors deux marées (lunaires) par jour à des lieux antipodaux :

- Celle de la Lune qui attire (de ce côté-ci de la Terre)
- Celle de la Lune qui repousse (du côté opposé de la Terre)



Si l'on considérait la surface de la Terre comme parfaitement sphérique et recouverte d'eau, elle prendrait alors la forme d'une ellipsoïde dont l'axe serait dirigé vers l'astre générant la marée. Nous observerions alors des marées dont les pleines et basses mers auraient lieu deux fois par jour et toujours à la même heure. Nous appelons cette situation la "marée statique" et le modèle correspondant "modèle statistique des marées".

Remarque : Le phénomène est donc dû à la déformation de la surface des océans par suite des attractions combinées des corps célestes. Ce mouvement peut même détruire l'astre qui le subit : si la force de marée l'emporte sur la force de gravitation de ses constituants, l'astre se désagrège. Cette limite où les forces de marées l'emportent sur la force gravitationnelle s'appelle "limite de Roche" (cf. chapitre d'astronomie).