$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B} = \gamma m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$=> \ \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{\gamma m}\vec{v} \times \vec{B}$$

$$=> \ \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{q}{\gamma m}\frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$$

Comme l'accélération est centripète :

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = (\frac{qB}{\gamma m})^2\vec{r}$$

$$=> \ \frac{d^{2\vec{r}}}{dt^2} - \left(\frac{qB}{\gamma m}\right)^{2\vec{r}} = 0$$

On retrouve l'équation d'un oscillateur harmonique de pulsation ω. Par analogie,

$$\omega = \frac{qB}{\gamma m}$$

Or γ=1+u

$$\omega = \frac{qB}{(1+u)m}$$

Comme $\omega = \frac{v}{R}$, on a $\frac{v}{R} = \frac{qB}{(1+u)m}$ => $B = \frac{vm(1+u)}{qR}$

et comme $u = \frac{v^2}{2c^2}$, $v = c\sqrt{2u}$

d'où $\boxed{B = \frac{mc\sqrt{2u}(1+u)}{qR}}$

De plus, $N = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{(1+u)m2\pi} = \frac{c\sqrt{2u}}{2\pi R}$