

Projet pour le cours «Introduction aux éléments finis» - GCI 7030

Responsable Adolfo Foriero, ing., Ph.D.

10% de la note finale

Développez le modèle d'éléments finis et obtenez la solution pour le problème d'écoulement confiné montré à la Figure 1 ci-dessous. Un barrage est encastré à une profondeur de 1 m dans un sol avec une eau contaminée en amont et en aval de 5 m et 1 m respectivement. On assume que le sol est un matériau homogène avec une conductivité hydraulique de 1.0×10^{-5} m/s. En amont une espèce existe à une concentration de 100 mg/L. L'espèce se diffuse à travers le milieu poreux de diffusivité effective constante $D_x = D_y = 1.0 \times 10^{-3}$ m/s et réagit chimiquement à taux constant $K_r = 20 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. Calculez la distribution stationnaire de l'espèce chimique en considérant (a) la diffusion stationnaire, (b) la diffusion stationnaire avec convection. Ensuite assumez que l'espèce chimique en aval est mesurée à une concentration de 50 mg/L. Calculez la distribution stationnaire de l'espèce chimique en considérant (c) la diffusion stationnaire avec convection et (d) la diffusion stationnaire avec convection et réaction chimique. Les équations gouvernantes, qui sont données ci-dessous, sont satisfaisantes pour une formulation typique d'écoulement confiné. Les termes de convection ne dominent pas l'analyse. Cependant l'étudiant devra porter une attention particulière quand il devra appliquer cette analyse à des situations où les termes de convections sont dominants car la solution peut devenir instable dans ces cas. (Notez que les paramètres physiques dans ce problème (tel le terme du taux de réaction) sont choisis à des fins d'analyse plutôt qu'à des fins pratiques).

Les équations gouvernantes pour le problème décrit ci-dessus sont les suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = 0$$

$$v_x \frac{\partial C(x, y)}{\partial x} + v_y \frac{\partial C(x, y)}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left[D_x \frac{\partial C(x, y)}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[D_y \frac{\partial C(x, y)}{\partial y} \right] + K_r C(x, y) = 0$$

où

$$v_x = k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{et} \quad v_y = k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad .$$

1. Développez le modèle d'éléments finis et identifiez toutes les composantes des matrices élémentaires.
2. Utilisez le logiciel d'éléments finis de votre choix pour les calculs numériques.
3. Commentez la solution obtenue à la lumière des commentaires précédents sur les termes de convections.
4. Raffinez le maillage dans les zones appropriées. Commentez vos choix.

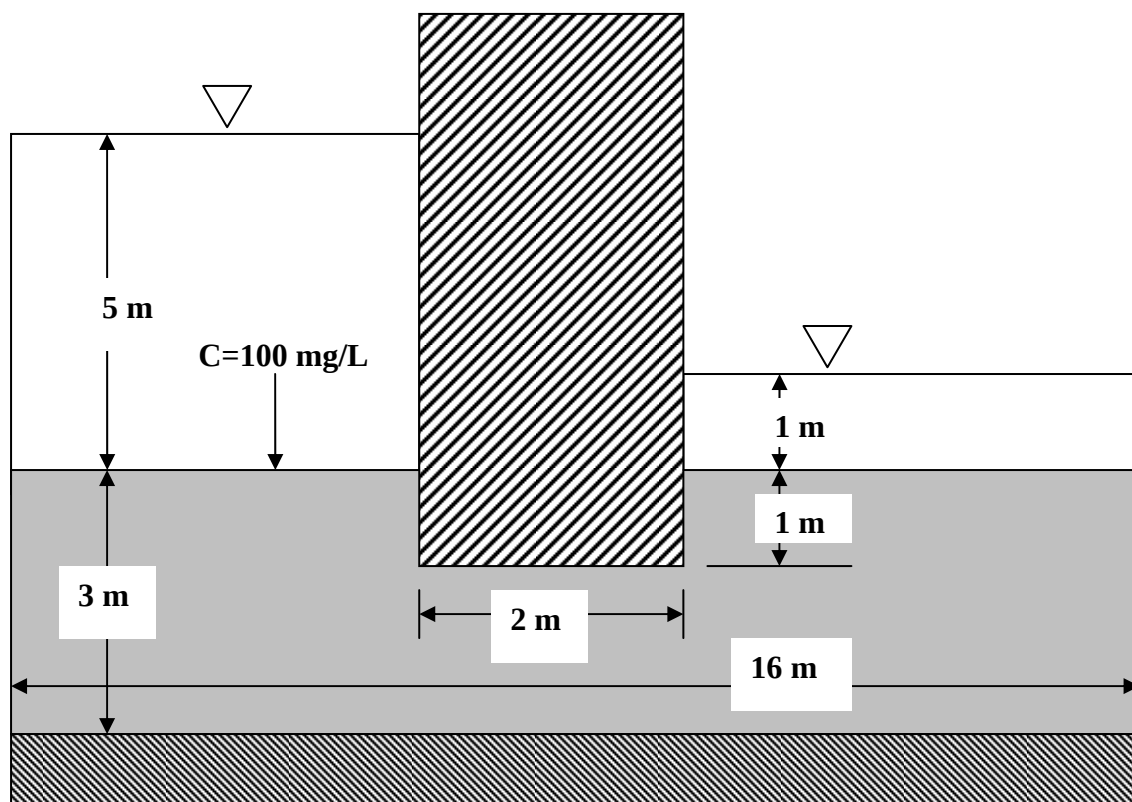


FIGURE 1