

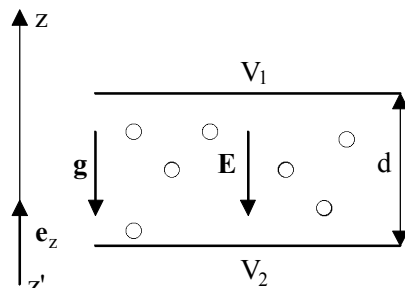
EPL - SESSION 2005

ÉNONCÉ

Questions liées.

[1,2,3,4,5] [6,7,8,9,10,11,12,13] [14,15,16,17,18] [19,20,21,22,23,24] [25,26,27,28,29,30]
[31,32,33,34,35,36]

1. On disperse un brouillard de fines gouttelettes sphériques d'huile, de masse volumique $\rho_h = 1,3 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$, dans l'espace séparant les deux plaques horizontales d'un condensateur plan distantes de $d = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$. Les gouttelettes obtenues sont chargées négativement en raison des frottements qu'elles subissent à la sortie du pulvérisateur et sont supposées ne pas avoir de vitesse initiale (voir figure ci-contre). Toutes les gouttelettes sphériques ont même rayon R mais n'ont pas forcément la même charge $-q$. En l'absence de champ électrique $\mathbf{E}$, une gouttelette est soumise à son poids (on prendra pour l'accélération de la pesanteur la valeur $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$), à la poussée d'Archimède de la part de l'air ambiant de masse volumique $\rho_a = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$ et à une force de frottement visqueux $\mathbf{f}$, proportionnelle et opposée à sa vitesse $\mathbf{v}$, de norme $\|\mathbf{f}\| = 6\pi\eta R \|\mathbf{v}\|$, où $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ S.I.}$ est la viscosité dynamique de l'air.



Montrer que la vitesse $\mathbf{v}(t)$ des gouttelettes peut se mettre sous la forme $\mathbf{v}(t) = -v_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \mathbf{e}_z$.

Exprimer τ .

a) $\tau = \frac{9 \rho_h R^3}{2 \eta}$

b) $\tau = \frac{2 \rho_a R}{3 \eta}$

c) $\tau = \frac{4 \rho_a R^2}{9 \eta}$

d) $\tau = \frac{9 \rho_h R^2}{2 \eta}$

2. Exprimer v_0 .

a) $v_0 = \frac{2R^2}{9\eta} (\rho_h - \rho_a) g$

b) $v_0 = \frac{9R^2}{2\pi\eta} (\rho_h - \rho_a) g$

c) $v_0 = \frac{9R^2}{2\eta} (\rho_a - \rho_h) g$

d) $v_0 = \frac{4\pi R^3}{3\eta} (\rho_h + \rho_a) g$

3. On mesure une vitesse limitée $v_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$. Calculer le rayon R des gouttelettes d'huile.

a) $R = 2,53 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

b) $R = 7,42 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

c) $R = 1,13 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

d) $R = 4,67 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

4. On applique une différence de potentiel $U = V_1 - V_2 > 0$ aux bornes du condensateur de façon à ce que le champ électrique $\mathbf{E}$ uniforme et constant qui apparaît dans l'espace compris entre les armatures soit dirigé suivant la verticale descendante (voir figure ci-dessus).

Exprimer la relation qui existe entre U et la norme E du champ électrique.

a) $U = \frac{E}{d}$

b) $U = Ed$

c) $U = \frac{d}{E}$

d) $U = 2 \frac{E}{d}$

5. Une gouttelette est immobilisée pour $U = 3200 \text{ V}$. Calculer la valeur absolue q de sa charge électrique.

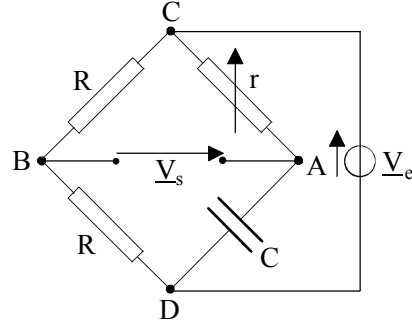
a) $q = 4,8 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

b) $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

c) $q = 8,0 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

d) $q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

6. On considère le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-dessous. Un pont dont les quatre branches sont constituées par trois résistors et un condensateur est alimenté par une source de tension sinusoïdale $v_e(t) = v_C - v_D = V_{e0} \cos(\omega t)$, de pulsation ω , connectée aux bornes de la diagonale CD. On désigne par $v_s(t) = v_A - v_B = V_{s0} \cos(\omega t + \varphi_1)$ la tension de sortie recueillie aux bornes de la diagonale AB. On définit la fonction de transfert $\underline{T}_1(j\omega)$ du circuit par le rapport de l'amplitude complexe $\underline{V}_s$ associée à la tension de sortie sur l'amplitude complexe $\underline{V}_e$ associée à la tension d'entrée. Exprimer $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$.



- a) $\underline{T}_1(j\omega) = 1 - jrC\omega$ b) $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{1}{1 + jrC\omega}$
 c) $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - jrC\omega}{1 + jrC\omega} \right)$ d) $\underline{T}_1(j\omega) = \frac{1 + jrC\omega}{1 - jrC\omega}$

7. Déterminer l'impédance interne $\underline{Z}_{Th}$ de la représentation de Thévenin du générateur équivalent au circuit du point de vue de ses bornes de sortie A et B.

- a) $\underline{Z}_{Th} = \frac{R}{2(1 + jC\omega R)}$ b) $\underline{Z}_{Th} = \frac{r}{2(1 + jC\omega r)}$
 c) $\underline{Z}_{Th} = \frac{R}{2}$ d) $\underline{Z}_{Th} = \frac{R}{2} + \frac{r}{1 + jC\omega r}$

8. Exprimer le déphasage φ_1 de la tension de sortie $v_s(t)$ par rapport à la tension d'entrée $v_e(t)$.

- a) $\varphi_1 = -2 \arctan(rC\omega)$ b) $\varphi_1 = \arctan(rC\omega)$
 c) $\varphi_1 = \arctan(2rC\omega)$ d) $\varphi_1 = -\arctan\left(\frac{rC\omega}{2}\right)$

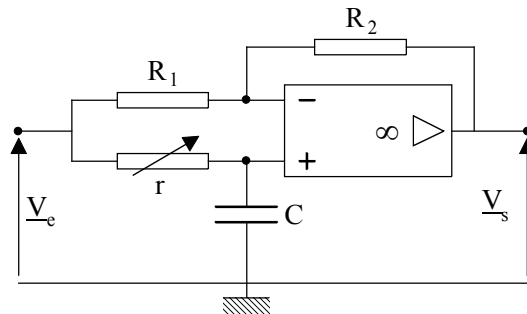
9. On donne $\omega = 1000 \text{ rad.s}^{-1}$, $C = 1 \mu\text{F}$. Quelle valeur r_0 doit-on donner à r pour que $\varphi_1 = -\frac{\pi}{2}$?

- a) $r_0 = 5000 \Omega$ b) $r_0 = 1000 \Omega$ c) $r_0 = 3000 \Omega$ d) $r_0 = 2000 \Omega$

10. On connecte une charge $R_u = \frac{R}{2} = 500 \Omega$ entre les bornes A et B du circuit. Quelle est la nouvelle valeur φ'_1 du déphasage de la tension de sortie $v_s(t)$ par rapport à la tension d'entrée $v_e(t)$ pour $r = r_0$?

- a) $\varphi'_1 = -90^\circ$ b) $\varphi'_1 = -115^\circ$ c) $\varphi'_1 = -71,6^\circ$ d) $\varphi'_1 = -68,1^\circ$

11. On envisage maintenant d'utiliser le circuit représenté sur le schéma de la figure ci-dessous dans lequel l'amplificateur opérationnel idéal fonctionne en régime linéaire. Exprimer la fonction de transfert $\underline{T}_2(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ du montage.



- a) $\underline{T}_2(j\omega) = \frac{R_2 - jrR_1C\omega}{R_1 + jrR_2C\omega}$
 b) $\underline{T}_2(j\omega) = \frac{R_1 - jrR_2C\omega}{R_2 + jrR_2C\omega}$
 c) $\underline{T}_2(j\omega) = \frac{r - jrR_1R_2C\omega}{R_1 + jrR_2C\omega}$
 d) $\underline{T}_2(j\omega) = \frac{R_1 - jrR_2C\omega}{R_1 + jrR_1C\omega}$

12. Quelle doit être la relation entre R_1 et R_2 pour que le module de la fonction de transfert soit égal à l'unité : $|T_2(j\omega)| = 1$?

- a) $R_1 = R_2$ b) $R_1 = 2R_2$ c) $R_1 = \frac{R_2}{2}$ d) $R_1 = 3R_2$

13. Donner, dans ce cas, l'expression du déphasage $\varphi_2(\omega)$ de la tension de sortie $v_s(t)$ par rapport à la tension d'entrée $v_e(t)$.

- a) $\varphi_2 = \arctan(rC\omega)$ b) $\varphi_2 = -2 \arctan(rC\omega)$
c) $\varphi_2 = \arctan(2rC\omega)$ d) $\varphi_2 = -\arctan(rC\omega)$

14. On dispose un objet $\overline{A_oB_o}$ orthogonalement à l'axe optique d'une lentille mince **divergente** L_1 de distance focale image $f_1 = -20$ cm. Quelle doit être la valeur $\overline{O_1A_o}$ de la position de l'objet par rapport au centre optique O_1 de L_1 pour que le grandissement transversal G_t soit égal à $1/2$?

- a) $\overline{O_1A_o} = -20$ cm b) $\overline{O_1A_o} = 10$ cm c) $\overline{O_1A_o} = -10$ cm d) $\overline{O_1A_o} = -40$ cm

15. Quelle est alors la position $\overline{O_1A_i}$ de l'image $\overline{A_iB_i}$ par rapport à O_1 ?

- a) $\overline{O_1A_i} = -20$ cm b) $\overline{O_1A_i} = -10$ cm c) $\overline{O_1A_i} = 15$ cm d) $\overline{O_1A_i} = 40$ cm

16. On place après L_1 un viseur constitué d'une lentille mince **convergente** L_2 , de même axe optique que L_1 , de distance focale image $f_2 = 40$ cm et d'un écran E disposé orthogonalement à l'axe optique à une distance $\overline{O_1E} = 80$ cm du centre optique O_2 de L_2 . Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$ entre les centres optiques des lentilles L_1 et L_2 pour que l'on observe sur l'écran une image nette de l'objet $\overline{A_oB_o}$.

- a) $\overline{O_1O_2} = 50$ cm b) $\overline{O_1O_2} = 10$ cm c) $\overline{O_1O_2} = 70$ cm d) $\overline{O_1O_2} = 5$ cm

17. On désire utiliser le système optique constitué par l'association de la lentille L_1 suivie de la lentille L_2 , pour transformer un faisceau cylindrique de rayons parallèles à l'axe optique et de diamètre d à l'entrée du système en un faisceau cylindrique de rayons parallèles à l'axe optique et de diamètre D à la sortie du système. Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$ qui permet de réaliser un tel système.

- a) $\overline{O_1O_2} = 30$ cm b) $\overline{O_1O_2} = 10$ cm c) $\overline{O_1O_2} = 40$ cm d) $\overline{O_1O_2} = 20$ cm

18. Calculer le rapport $\frac{D}{d}$ des diamètres.

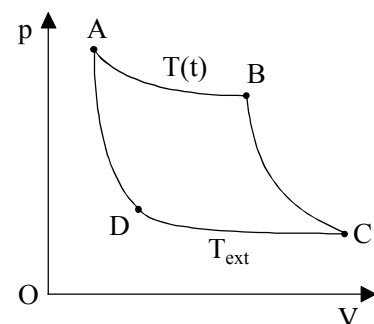
- a) $\frac{D}{d} = 1$ b) $\frac{D}{d} = 2$ c) $\frac{D}{d} = 3$ d) $\frac{D}{d} = 4$

Le fluide d'une pompe à chaleur décrit de façon réversible un cycle de Carnot constitué de deux évolutions adiabatiques AD et BC et de deux évolutions isothermes AB et DC (voir le diagramme p (pression), V (volume) représenté sur la figure ci-contre).

Au cours de chaque évolution isotherme AB, le système échange la quantité de chaleur δQ_c avec une source chaude constituée par l'air ambiant d'une pièce de capacité thermique totale C que l'on désire **chauffer**. La température de la pièce à l'instant t est notée $T(t)$.

Au cours de chaque évolution isotherme DC, le système échange la quantité de chaleur δQ_f avec une source froide constituée par l'air extérieur à la pièce dont la température **constante** est notée T_{ext} .

On peut considérer que la température $T(t)$ de la source chaude reste constante au cours d'un cycle élémentaire, de durée dt et qu'elle augmente de dT à chaque cycle. On désigne par $\mathcal{P}$ la puissance mécanique totale **constante** fournie au système.



19. Pour que la machine fonctionne en pompe à chaleur qui réchauffe la pièce :

- a) Il faut que le cycle soit décrit dans le sens ADCBA.

- b) Il faut que le cycle soit décrit dans le sens ABCDA.
 c) Le sens du cycle n'a pas d'importance.
 d) On doit nécessairement avoir : $T(0) > T_{\text{ext}}$.

20. L'efficacité thermique $\eta(t)$ de la pompe est définie par le rapport $\eta = -\frac{\delta Q_c}{\delta W}$ où δW est le travail total échangé au cours d'un cycle. Exprimer $\eta(t)$.

a) $\eta(t) = \frac{T_{\text{ext}}}{T(t) - T_{\text{ext}}}$ b) $\eta(t) = \frac{T(t)}{T_{\text{ext}}}$ c) $\eta(t) = \frac{T(t) - T_{\text{ext}}}{T(t)}$ d) $\eta(t) = \frac{T(t)}{T(t) - T_{\text{ext}}}$

21. On suppose, dans un premier temps, que la pièce est thermiquement isolée de l'extérieur et que sa température initiale est $T(0) = T_0 > T_{\text{ext}}$. Calculer la durée t_1 - comptée depuis l'instant origine - pendant laquelle la pompe à chaleur doit fonctionner, à puissance mécanique constante, pour que la température de la pièce atteigne la valeur $T_1 > T_0$.

a) $t_1 = \frac{C}{\mathcal{P}} \left(T_{\text{ext}} \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \right)$ b) $t_1 = \frac{C}{\mathcal{P}} \left(T_1 - T_0 - T_{\text{ext}} \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \right)$
 c) $t_1 = \frac{C}{\mathcal{P}} \left(T_1 - T_0 \ln \left(\frac{T_{\text{ext}}}{T_1} \right) \right)$ d) $t_1 = \frac{C}{\mathcal{P}} \left(T_0 - T_1 \ln \left(\frac{T_{\text{ext}}}{T_0} \right) \right)$

22. On suppose maintenant que la puissance $\mathcal{P}$ est directement fournie à une résistance chauffante de capacité thermique négligeable et que la pièce est initialement à la température T_0 . Calculer la durée t_2 - comptée depuis l'instant origine - au bout de laquelle la température de la pièce atteint la valeur T_1 .

a) $t_2 = \frac{C}{\mathcal{P}} \frac{(T_1 - T_0)^2}{T_1 + T_0}$ b) $t_2 = \frac{C}{\mathcal{P}} \frac{(T_1 + T_0)}{2}$
 c) $t_2 = \frac{C}{\mathcal{P}} \frac{(T_1 - T_0)}{2}$ d) $t_2 = \frac{C}{\mathcal{P}} (T_1 - T_0)$

23. On suppose maintenant que la pièce présente une fuite thermique. Lorsque sa température est $T(t)$, elle échange avec l'extérieur, pendant l'intervalle de temps dt , une quantité de chaleur $\delta Q = -kC(T(t) - T_{\text{ext}})dt$ où k est une constante.

La pompe est arrêtée lorsque la température de la pièce vaut 295 K alors que $T_{\text{ext}} = 290$ K. On constate qu'au bout de 3 heures la température de la pièce a chuté de 3°C. Calculer la valeur de k .

a) $k = 17,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ b) $k = 32,4 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ c) $k = 84,8 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ d) $k = 46,8 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$

24. Montrer que la température T_{max} qu'il est possible d'obtenir dans la pièce en présence de la fuite thermique lorsque la pompe fonctionne et que le régime permanent est établi se déduit de la relation :

a) $T_{\text{max}}^2 - 2 \left(T_{\text{ext}} + \frac{\mathcal{P}}{2kC} \right) T_{\text{max}} + T_{\text{ext}}^2 = 0$ b) $T_{\text{ext}}^2 - \left(T_{\text{ext}} + \frac{\mathcal{P}}{kC} \right) T_{\text{max}} = 0$
 c) $T_{\text{max}}^2 - \left(T_{\text{ext}} + \frac{\mathcal{P}}{kC} \right) T_{\text{ext}} = 0$ d) $\left(2T_{\text{ext}} + \frac{\mathcal{P}}{2kC} \right)^2 T_{\text{max}} + T_{\text{ext}}^3 = 0$

Du point de vue du potentiel et du champ électrique qu'ils créent, les noyaux de certains atomes légers peuvent être modélisés par une distribution de charge à **l'intérieur** d'une sphère de centre O et de rayon a . On désigne par $\mathbf{r} = \mathbf{OP}$ le vecteur position d'un point P quelconque de l'espace. Pour $r < a$, la charge volumique $\rho(P)$ qui représente le noyau varie en fonction de r suivant la loi :

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)$$

où ρ_0 est une constante positive.

25. Exprimer la charge totale Q du noyau.

a) $Q = \frac{1}{3} \pi \epsilon_0 \rho_0 a^3$ b) $Q = \frac{8}{15} \pi \rho_0 a^3$ c) $Q = \frac{3}{5} \pi \epsilon_0 \rho_0 a^2$ d) $Q = \frac{\rho_0 a^2}{2\pi}$

26. Les propriétés de symétrie du champ électrique permettent d'affirmer que :

- a) Le champ électrique est contenu dans les plans de symétrie des charges.
- b) Le champ électrique est orthogonal aux plans d'anti-symétrie des charges.
- c) Le champ électrique est orthogonal aux plans de symétrie des charges.
- d) Le champ électrique est contenu dans les plans de symétrie des charges.

27. Calculer le champ électrique $\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{P})$ en tout point P extérieur à la sphère ($r > a$).

- a) $\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{P}) = \frac{2\rho_0 a^3}{15\varepsilon_0 r^3} \mathbf{r}$
- b) $\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{P}) = \frac{\rho_0 a^3}{2\pi\varepsilon_0 r^2} \mathbf{r}$
- c) $\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{P}) = \frac{2\pi\rho_0 a^2}{\varepsilon_0 r^2} \mathbf{r}$
- d) $\mathbf{E}_{\text{ext}}(\mathbf{P}) = \mathbf{0}$

28. Calculer le champ électrique $\mathbf{E}_{\text{int}}(\mathbf{P})$ en tout point P intérieur à la sphère ($r < a$).

- a) $\mathbf{E}_{\text{int}}(\mathbf{P}) = \frac{\rho_0}{2\pi\varepsilon_0} \left(\frac{2}{3} - \frac{3r^2}{4a^2} \right) \mathbf{r}$
- b) $\mathbf{E}_{\text{int}}(\mathbf{P}) = \frac{3\rho_0}{2\pi\varepsilon_0} \left(\frac{3}{4} - \frac{4r^2}{3a^2} \right) \mathbf{r}$
- c) $\mathbf{E}_{\text{int}}(\mathbf{P}) = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{3} - \frac{r^2}{5a^2} \right) \mathbf{r}$
- d) $\mathbf{E}_{\text{int}}(\mathbf{P}) = \mathbf{0}$

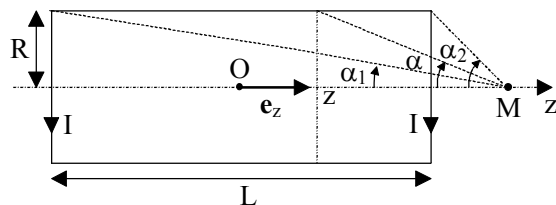
29. Exprimer le potentiel $V_{\text{ext}}(\mathbf{P})$ créé par le noyau lorsque $r > a$.

- a) $V_{\text{ext}}(\mathbf{P}) = \frac{\rho_0 a^2}{4\pi\varepsilon_0}$
- b) $V_{\text{ext}}(\mathbf{P}) = \frac{4\rho_0 a^2}{3\pi\varepsilon_0 r}$
- c) $V_{\text{ext}}(\mathbf{P}) = \frac{2\rho_0 a^3}{15\varepsilon_0 r}$
- d) $V_{\text{ext}}(\mathbf{P}) = \frac{\pi\rho_0 a^2}{3\varepsilon_0 r}$

30. Exprimer le potentiel $V_{\text{int}}(\mathbf{P})$ créé par le noyau lorsque $r < a$.

- a) $V_{\text{int}}(\mathbf{P}) = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \left(\frac{a^2}{4} - \frac{r^2}{6} + \frac{r^4}{20a^2} \right)$
- b) $V_{\text{int}}(\mathbf{P}) = \frac{\rho_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{a^2}{3} + \frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{a} \right)$
- c) $V_{\text{int}}(\mathbf{P}) = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0} \left(\frac{a^2}{6} - \frac{r^2}{3} - \frac{r}{3a} \right)$
- d) $V_{\text{int}}(\mathbf{P}) = \frac{4\pi\rho_0}{\varepsilon_0} \left(\frac{r^2}{6} + \frac{r^4}{4a^2} \right)$

Un solénoïde mince d'axe Oz et de longueur L est constitué de N spires circulaires jointives identiques de rayon R parcourues par un courant d'intensité I. On désigne par z la cote d'une spire vue sous un angle α depuis un point M de l'axe Oz à la cote z_M (voir figure ci-contre).



31. Compte tenu de la symétrie des sources, on peut affirmer :

- a) En tout point de l'axe Oz, le champ magnétique est porté par cet axe.
- b) Le champ magnétique est orthogonal au plan xOy en tout point de ce plan.
- c) Le champ magnétique est uniforme en tout point de l'espace.
- d) Le champ magnétique est nul à l'extérieur du solénoïde.

32. Exprimer, en fonction de α , le champ magnétique créé en M par la spire située à la cote z sur l'axe Oz.

- a) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{R} \sin^2 \alpha \mathbf{e}_z$
- b) $\mathbf{B} = \frac{I}{\mu_0 R} \cos^3 \alpha \mathbf{e}_z$
- c) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \mathbf{e}_z$
- d) $\mathbf{B} = \frac{I}{\mu_0 R} \tan^3 \alpha \mathbf{e}_z$

33. Une variation dz de la cote z d'une spire entraîne une variation d α de l'angle α . Exprimer dz en fonction de α et d α .

- a) $dz = \frac{R}{\tan^2 \alpha} d\alpha$
- b) $dz = \frac{R}{\cos^2 \alpha} d\alpha$
- c) $dz = \frac{R}{\sin^3 \alpha} d\alpha$
- d) $dz = \frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha$

34. Exprimer le nombre dN de spires contenues dans un élément de longueur dz de solénoïde.

a) $dN = \frac{L}{N} dz$ b) $dN = \frac{N}{L} dz$ c) $dN = \frac{2N}{L} dz$ d) $dN = \frac{N}{2L} dz$

35. Exprimer le champ magnétique en tout point M de l'axe Oz en fonction des angles α_1 et α_2 définis sur la figure ci-dessus.

a) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 NI}{2L} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \mathbf{e}_z$ b) $\mathbf{B} = \frac{NI}{2\mu_0 L} (\sin^2 \alpha_1 - \sin^2 \alpha_2) \mathbf{e}_z$
 c) $\mathbf{B} = \frac{NI}{2\mu_0 L} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \mathbf{e}_z$ d) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 NI}{2L} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) \mathbf{e}_z$

36. Exprimer le champ magnétique en tout point M de l'axe Oz d'un solénoïde infini, constitué de n spires par unité de longueur parcourues par un courant d'intensité I.

a) $\mathbf{B} = \frac{\mu_0 nI}{4\pi} \mathbf{e}_z$ b) $\mathbf{B} = \mu_0 nI \mathbf{e}_z$ c) $\mathbf{B} = \frac{nI}{\mu_0} \mathbf{e}_z$ d) $\mathbf{B} = \frac{nI}{2\mu_0} \mathbf{e}_z$